

REVISTA
DE
HISTORIA NAVAL

SUPLEMENTO NÚM. 15



LA TRIANGULACIÓN GEODÉSICA, ENTRE QUITO Y
CUENCA, DE JORGE JUAN Y ANTONIO DE ULLOA

Año XXIX

2011

Núm. 113

INSTITUTO DE HISTORIA Y CULTURA NAVAL
ARMADA ESPAÑOLA

INSTITUTO DE HISTORIA Y CULTURA NAVAL
ARMADA ESPAÑOLA

REVISTA
DE
HISTORIA NAVAL

LA TRIANGULACIÓN GEODÉSICA, ENTRE QUITO
Y CUENCA, DE JORGE JUAN Y ANTONIO DE ULLOA

Mario Ruiz Morales
Ingeniero en Geodesia y Cartografía



CONSEJO RECTOR:

Presidente: Gonzalo Rodríguez González-Aller, contralmirante, director del Instituto de Historia y Cultura Naval.

*Vicepresidente
y Director:* Ramón Peral Lezón, capitán de navío.

Redactor Jefe José Antonio Ocampo Aneiros, coronel de Máquinas.

Vocales: José Cervera Pery, general auditor y periodista; Hugo O'Donnell y Duque de Estrada, de la Comisión Española de Historia Marítima; Enrique Martínez Ruiz, catedrático de Historia de la Universidad Complutense de Madrid; Pedro Contreras Fernández, coronel de Intendencia, Departamento de Historia; Jesús Bernal García, capitán de navío, Departamento de Cultura Naval; Miguel Aragón Fontenla, coronel de Infantería de Marina, Departamento de Historia Subacuática.

Redacción, Difusión y

Distribución: Ana Berenguer Berenguer; Adela Arévalo Díaz del Río.

Administración: Rocío Sánchez de Neyra Espuch; Paloma Molins Bedriñana.

DIRECCIÓN Y ADMINISTRACIÓN:

Instituto de Historia y Cultura Naval.
Juan de Mena, 1, 1.^a planta.
28071 Madrid (España).
Teléfono. 91 379 50 50.
Fax: 91 379 59 45.
C/e: ihcn@fn.mde.es

IMPRIME:

Servicio de Publicaciones de la Armada.

Publicación trimestral: segundo trimestre de 2011.
Precio del ejemplar suelto: 4 euros.

Suscripción anual:

España y Portugal: 16 euros.
Resto del mundo: 25 euros.

Depósito legal: M. 16.854-1983
ISSN: 0212-467-X.
NIPO: 075-11-065-6 (edición en papel).
NIPO: 075-11-066-1 (edición en línea).

Impreso en España.- Printed in Spain.

CUBIERTA ANTERIOR: Logotipo del Instituto de Historia y Cultura Naval.

CUBIERTA POSTERIOR: del libro *Regimiento de Navegación*, de Pedro de Medina (Sevilla, 1563).

Las opiniones emitidas en esta publicación son de la exclusiva responsabilidad de sus autores.

ÍNDICE

	Págs.
Introducción	7
Las medidas de las bases	9
Observación y cálculo de la triangulación	21
Los complementos astronómicos	45
Tamaño y forma de la Tierra	60
Consideraciones finales	64

Mario Ruiz Morales, nació en 1946 en Moraleda de Zafayona, provincia de Granada. Es perito topográfico, ingeniero en geodesia y cartografía, licenciado y doctor en ciencias matemáticas e ingeniero geógrafo. Dirige el Servicio Regional del Instituto Geográfico Nacional de Andalucía Oriental. Es profesor responsable de la astronomía, geodesia y topografía en la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Granada. Entre sus publicaciones cabe destacar: *Manual de Geodesia y Topografía* (2.^a edición Proyecto Sur. Granada, 1998); *Forma y Dimensiones de la Tierra* (Ediciones del Sebral. Barcelona, 2000). Pertenece a la Real Sociedad Geográfica y a la Sociedad Española de Fotogrametría y Teledetección. Está en posesión de la Cruz de Alfonso X el Sabio.

**LA TRIANGULACIÓN GEODÉSICA, ENTRE QUITO
Y CUENCA, DE JORGE JUAN
Y ANTONIO DE ULLOA**

NOTA PARA NUESTROS SUSCRIPTORES

La REVISTA DE HISTORIA NAVAL realiza periódicamente la actualización de la lista de suscriptores que comprende, entre otras cosas, la comprobación y depuración de datos de nuestro archivo. Con este motivo solicitamos de la amabilidad de nuestros suscriptores que nos comuniquen cualquier anomalía que hayan observado en su recepción, ya porque estén en cursos de larga duración, ya porque hayan cambiado de situación o porque tengan un nuevo domicilio. Hacemos notar que cuando la dirección sea de un organismo o dependencia oficial de gran tamaño, conviene precisar no sólo la Subdirección, sino la misma Sección, piso o planta para evitar pérdidas por interpretación errónea de su destino final.

Por otro lado recordamos que tanto la REVISTA como los *Cuadernos Monográficos* del Instituto de Historia y Cultura Naval están a la venta en el Museo Naval y en el Servicio de Publicaciones de la Armada, c/. Montalbán, 2.— 28071 Madrid, al precio de 4 euros, la revista, y 6 euros, los cuadernos monográficos.

La dirección postal de la REVISTA DE HISTORIA NAVAL es:

INSTITUTO DE HISTORIA Y CULTURA NAVAL.
C/ Juan de Mena, 1, 1.^a planta
28071 Madrid (España).
Teléfono: (91) 312 44 27
Fax: (91) 379 59 45.
C/e: ihcn@fn.mde.es

Introducción

Aunque pueda resultar paradójico, la primera determinación rigurosa y fiable del radio de la Tierra (Jean Picard, 1668-1670) contribuyó poderosamente a la superación del modelo esférico de la misma y al inicio de la era elipsoidal. El mayor responsable de tan revolucionaria ruptura fue Isaac Newton, quien tras usar el valor obtenido por el anterior (≈ 6.365 km) para enunciar su celebrada ley de gravitación, que cambió el Sistema del Mundo (léase universo), denunció la invalidez de la esfera y propuso el elipsoide oblato (de aplastamiento polar) como nuevo modelo matemático de la Tierra, el cual surgía de manera natural al tratarse nuestro planeta de un cuerpo no del todo rígido que estaba sometido a rotación en torno a su eje. Tan insigne matemático llegó incluso a indicar que su hipótesis se podría comprobar de inmediato midiendo sendos arcos de meridiano en regiones con latitud muy dispar. Bastaría comprobar entre sí los valores del desarrollo asociado al arco de un



Portadas de dos obras clave en el estudio de las medidas de la Tierra. En la primera se incluye el discurso de Maupertuis ante la Academia de Ciencias, defendiendo el modelo de elipsoide oblato en función de sus medidas en Laponia. En la segunda, Clairaut, uno de sus colaboradores, expone sus experiencias gravimétricas en el mismo lugar y elabora su modelo terrestre. Ambas publicaciones fueron consultadas por Jorge Juan y Antonio de Ulloa para elaborar sus memorias científicas.

grado de amplitud. La sabia recomendación de Newton fue hecha suya por la Academia de Ciencias de París, al aceptar financiar los proyectos científicos presentados por Louis Godin (1735) y por Pierre Louis Moreau de Maupertuis (1736) para medir, respectivamente, el desarrollo de un arco de meridiano en una zona ecuatorial y en otra polar.

Al proyecto de Godin se sumaron después P. Bouguer y Ch. de La Condamine, decidiéndose finalmente que el territorio que ofrecía mayores garantías era el del virreinato del Perú. El gobierno español, al tiempo que autorizaba la expedición científica, nombró como representantes suyos a los jóvenes guardiamarinas Jorge Juan y Antonio de Ulloa, los cuales fueron siempre leales colaboradores del responsable francés de la misión, es decir, del astrónomo Godin. A pesar de su juventud, pronto alcanzaron tal grado de aplicación geodésica y astronómica que pudieron ser autónomos en todas sus observaciones. De esa forma, dejaron en buen lugar al rey de España, el cual había autorizado de manera extraordinaria ascensos nunca vistos hasta entonces: fueron nombrados tenientes de navío, sin pasar por los tres empleos de alférez de fragata, alférez de navío y teniente de fragata, con el fin de no desmerecerlos con relación a los expedicionarios franceses.

Indudablemente, una de las operaciones de mayor calado científico realizada al alimón por Jorge Juan y Antonio de Ulloa fue la red triangular que discurrió sensiblemente a lo largo del meridiano que pasaba por las proximidades de Quito y Cuenca. Su objetivo es ya sabido: evaluar lo mejor posible el desarrollo de un grado. En cuanto a la representación gráfica de la misma, se ha reproducido en multitud de publicaciones, aunque la que existe en los fondos cartográficos de la Biblioteca Nacional de España y de la Universidad Complutense de Madrid merece ser examinada con sumo detenimiento. La cadena de triángulos fue muy bien proyectada, a tenor de que casi todos ellos fueron sensiblemente equiláteros. Los dos españoles participaron primeramente en la medición de las bases y después en las observaciones de todos y cada uno de los ángulos, así como en las esencialmente astronómicas, empleando para ello un sector especialmente construido allí bajo su dirección y la de Godin.

El cálculo de la red se apoyó en las magnitudes de las bases anteriores, siguiendo la secuencia marcada por la repetida aplicación del teorema del seno (la relación entre el lado y el seno del ángulo opuesto es constante). Del rigor con que procedieron los dos geodestas da idea el error de cierre de cada triángulo, manifiestamente tolerable a tenor del instrumental y metodología de observación empleada. Otro de los aspectos que merece ser destacado es lo abrupto del terreno, con altitudes superiores a los 5.000 metros, una circunstancia que incrementó indefectiblemente la dificultad logística de la operación, ya de por sí complicada por las inclemencias meteorológicas. Debe tenerse presente que la visibilidad recíproca entre los vértices de la red se aseguraba colocando señales, que los materializaban, en los puntos más prominentes del terreno. En todo caso, el resultado geodésico fue brillante y conseguido gracias al continuado esfuerzo y ánimo de los expedicionarios, que sufrieron numerosas penalidades, a saber: el ayudante de observación

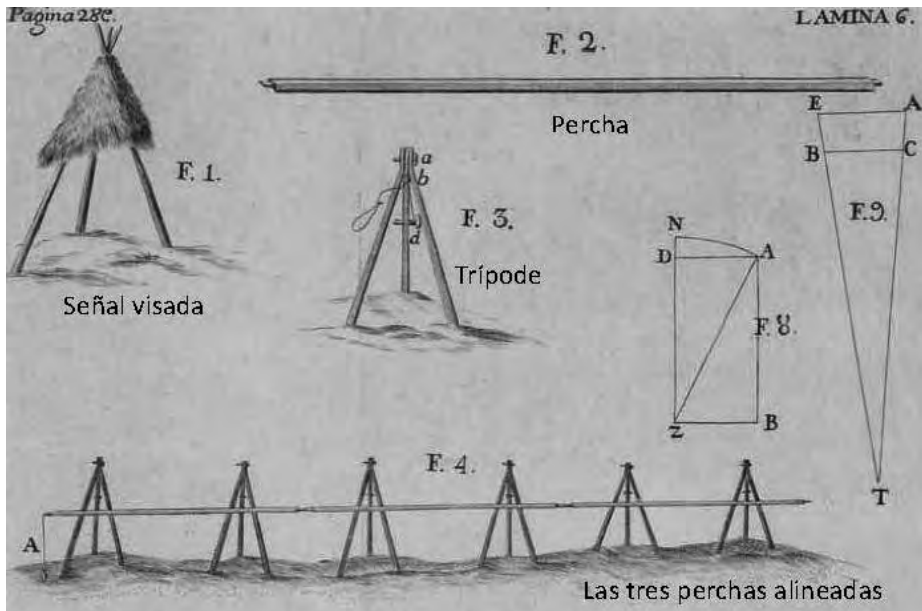
Couplet murió en 1737 por la fiebre amarilla, el cirujano Séniergues (1) fue asesinado en Cuenca (1739), el mecánico y relojero Hugot murió en 1743 víctima de un terremoto. Morainville desapareció durante el viaje de vuelta de La Condamine, cuya salud, como la de Bouguer, resultó seriamente dañada, al igual que sucedió con la de Jussieu, que regresó a Francia en 1771 profundamente agotado, física e intelectualmente.

En cuanto a la de los dos protagonistas españoles, son conocidas sus peripecias durante el viaje de vuelta a la metrópoli, pero todos sus esfuerzos se vieron coronados con el éxito. No en vano su activa participación en la expedición geodésica americana fue el acontecimiento científico más trascendental para el futuro de la ciencia española y por tanto para el desarrollo de la cartografía, siendo varios los mapas y planos que levantaron de aquellos territorios. Los propios marinos dieron cumplida cuenta de todos los avatares de la expedición en las obras que presentaron luego en Madrid, aunque sólo deban subrayarse en este contexto las *Observaciones astronómicas y físicas* (1748), que escribió Jorge Juan. En el libro VII de esa obra se refiere toda la casuística de tan interesante operación geodésica, bajo el epígrafe «De la medida del grado de meridiano contiguo al Ecuador». Su desarrollo se estructura en tres secciones. Las dos primeras refieren las medidas geométricas llevadas a cabo por ambos marinos, mientras que la tercera trata de cómo se obtuvo, por vía astronómica, la amplitud angular del arco definido por las estaciones colocadas en los extremos de la red. Este libro VII es el núcleo de la publicación y el más extenso de la misma (pp.144-306). Su permanente consulta es la fuente de los comentarios que siguen.

Las medidas de las bases

Tras recordar Jorge Juan la necesidad de medir dos arcos del meridiano terrestre, en las regiones polar y ecuatorial, fija la extensión aproximada de los mismos: «Un terreno de 60, 80, o más leguas, que corra de Norte a Sur», entre

(1) Se ha escrito mucho sobre la muerte de este médico, aunque remito al lector al libro de Julio F. Guillén *Los tenientes de navío Jorge Juan y Santacilia y Antonio de Ulloa y de la Torre-Guiral y la medición del Meridiano* (Madrid, 1973). En las páginas 107, 108 y 109 da cuenta de tan luctuoso suceso y muestra las claves de cómo se originó el malestar contra el cirujano francés, quien al parecer tuvo algún lío de faldas desatado por los favores de la criolla Manuela y los celos consiguientes. El caso es que, por no pasar desapercibido en una tarde de toros, y presumir con la tal Manuela, se organizó un motín al grito de ¡viva el rey! ¡Muera el gobierno! ¡Maten a los gabachos!, y otras voces, «que dejó más que malherido al imprudente y temerario cirujano, que sólo a duras penas pudo ser recogido y salvado de momento, aunque no de la muerte, que se lo llevó a los tres días». La versión francesa del luctuoso suceso no deja títere con cabeza; todavía en el año 1774 se afirma textualmente, en *La Historia de la Real Academia de Ciencias*, que el más criminal de todos era el vicario de Cuenca. Con independencia de todo ello, parece fuera de toda duda razonable que la gente de Iglesia de aquellas latitudes pensaba que los franceses eran portadores de un claro libertinaje y de un nefasto agnosticismo, cuando no ateísmo.



La medida de la base en las *Observaciones astronómicas y físicas*.

300 y 400 kilómetros. Asimismo se refiere a la amplitud angular del mismo, la cual se determinaría astronómicamente, coincidente con la diferencia de latitudes entre sus dos extremos, «pues partiendo las toesas, o varas (...) por los grados de amplitud del mismo arco, debe venir al cociente el valor del grado terrestre». Este comentario merece otro añadido para explicar por qué permaneció durante siglos ese modo de proceder para medir el tamaño de la Tierra. El razonamiento no puede ser más simple; se trataba de un método que no requería cálculos complicados; por otra parte, si el denominador del cociente anterior se expresara en radianes, se llegaría a una magnitud próxima a la del radio de curvatura del arco considerado y por ende al perímetro terrestre (2).

La primera operación geodésica que se describe es la medida de la base cercana a Quito, que daría escala a la red triangular. La zona elegida fue la llanura de Yaruquí, por ser la única que permitía una observación semejante en las proximidades de la capital. Sus dos extremos se proyectaron, respecti-

(2) Un sencillo ejemplo contribuirá a aclarar la cuestión a los profanos en esta materia. Si se supone sobre una esfera de radio 6.371 km, aproximadamente el de la Tierra cuando se considera esférica, un arco de círculo máximo con un desarrollo de 333.585 km y una amplitud angular de 3°, el grado terrestre mediría justamente 111.195 km, pues ese sería el cociente de las dos cifras anteriores. En cambio, si se expresaran los tres grados en radianes (es decir, $3\pi/180$) y se dividieran los 333.585 km por el valor anterior, el resultado al que se llegaría sería próximo a los 6.371 km, coincidentes con el radio de partida. Naturalmente el perímetro de la Tierra sería en ese caso $2\pi R$, o bien el producto de 360 por el valor asignado al grado.

vamente, en las haciendas de Oyambaro (S) y Caraburu (N), procediendo de inmediato a la colocación de señales perfectamente alineadas con ambos puntos, los cuales estaban separados unos 1.200 metros.

Reunidos en Quito todos los integrantes de la expedición, acordaron que la base debería medirse en los dos sentidos, una sabia decisión que evitaría a la larga la proliferación de errores. Jorge Juan y Godin constituyeron el primer equipo, que empezaría a medir en Oyambaro, mientras que Antonio de Ulloa, con Bouguer y La Condamine, lo harían a partir de Caraburu. Jorge Juan describe bien las señales principales colocadas en los dos extremos anteriores, análogas a las situadas en los demás vértices de la triangulación, «... en cuyo principio se hizo una gran señal, semejante a las que se fueron colocando después en todo el extendido de la Meridiana, y a la que se ve en la figura 1; debajo de la que se puso una piedra de molino, y sobre ésta, se hizo justamente en el paraje donde caía la vertical del vértice de la señal un pequeño punto, que sirvió de principio a la medida de la base: diligencia que se practicó igualmente en el otro extremo».

La necesidad de efectuar una medida directa y fiable les obligó a diseñar un patrón adecuado, que a ser posible fuese prácticamente indeformable. El resultado fueron tres perchas, con una sección cuadrada de tres pulgadas (3) y un largo de veinte pies, «de madera bien seca, para que fuesen poco sensibles en las intemperies, y no fáciles de tomar otra figura que la recta (...) y en sus extremos se clavaron planchas de cobre...para que estuvieran bien terminadas». Las perchas se colocaban, al medir, sobre una especie de trípodes que agilizaban las operaciones. Jorge Juan describe pormenorizadamente los accesorios del soporte para que la percha dispusiera de suficientes grados de libertad, señalando como el borde de la primera se ponía perpendicularmente sobre el extremo de la base mediante una plomada, materializada por un hilo que colgaba de esa primera percha. Durante la medida, el marino español se encargaba de asegurar la horizontalidad de la regla, mientras que Godin se ocupaba de vigilar que la alineación fuera la correcta. La secuencia de la operación queda aclarada con estas palabras de Jorge Juan: «Puesta la primera percha, se colocaba la segunda, y tercera, en semejante método; haciendo se tocasen con prolijidad por sus extremos, para que no se moviesen de la situación en que estaban; y se disponían como se ve en la figura 4».

La invariabilidad de las perchas se controlaba de manera permanente, comparándolas a tal efecto con una toesa metálica que se había traído exprofe-so desde París. Del rigor con el que procedían es buena muestra el hecho de que la regla francesa se mantuviera siempre a buen recaudo y junto a un termómetro, para que así se pudiesen evaluar las alteraciones lineales produci-

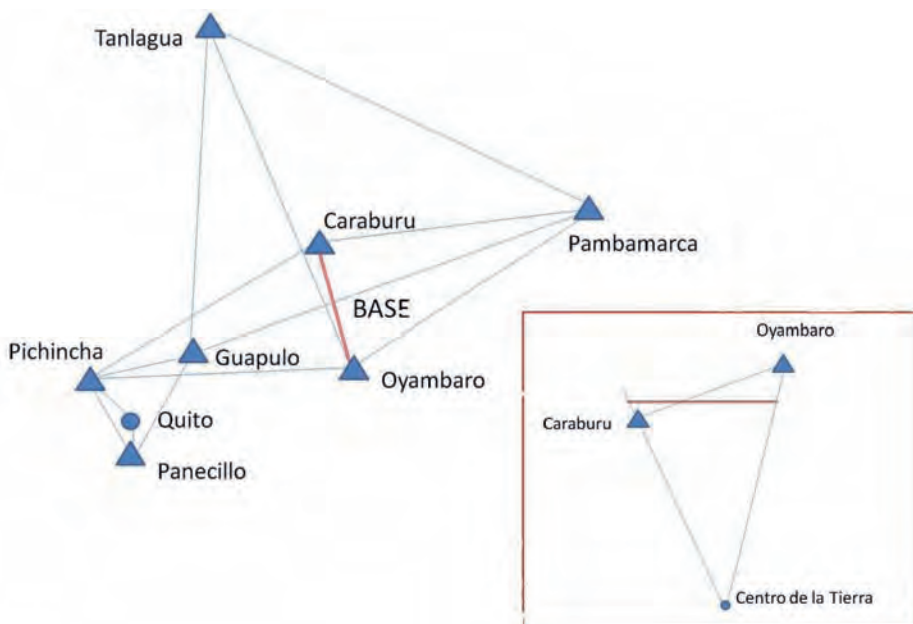
(3) Antes de que se implantase el Sistema Métrico Decimal, el patrón lineal por excelencia para las medidas geodésicas francesas fue la toesa de París (≈ 1.949 m). Una toesa tenía 6 pies, cada pie 12 pulgadas y cada pulgada 12 líneas. Sus equivalencias métricas son obvias: 1 pie equivale a unos 32,48 cm, 1 pulgada tiene 2,71 cm aproximadamente y 1 línea es próxima a los 2,26 milímetros.

das por los cambios de temperatura (4). La contrastación con la toesa llegaba al extremo de efectuarla tres veces al día, marcando sobre las perchas, con un compás de vara, la longitud de la toesa con la mayor exactitud y clavando tachuelas en donde caía la punta del citado compás: «Y siempre que se encontraba diferencia en la longitud de las perchas (que tenían todas tres juntas en línea, 10 toesas) se hacía la corrección de sustraer o añadir lo que se había notado».

Godin y Jorge Juan comenzaron la medición de la base el día 8 de octubre del año 1736 y la concluyeron el 5 de noviembre siguiente; sin embargo, su ritmo de trabajo no fue homogéneo por su falta de costumbre; de hecho, en los primeros días medían sólo tramos de 40 toesas; por el contrario, en los últimos días llegaban a más de 500. El valor asignado a la base por este primer equipo fue de 6.272 toesas, 4 pies, 2 pulgadas y 2 líneas, es decir, unos 12.225,482 metros. El otro equipo, en el que participaba Antonio de Ulloa, lo fijó en 6.272 toesas, 4 pies y 5 pulgadas, es decir, unos 12.225,563 metros; la discrepancia entre los dos resultados era pues insignificante, de tan solo 7 p.p.m. La independencia con que procedieron ambos la aclara muy bien Jorge Juan: «Lo cual no sé si dependerá de casualidad, o exactitud: porque para quitar el escrúpulo, que podía haber por la comunicación diaria de medidas, no se hizo más de una, después de concluida la Base, en papeles recíprocos, dados al mismo tiempo». Como los dos valores para el desarrollo de la base les parecieron casi idénticos, procedieron a promediarlos, para llegar así al de 6.272 toesas, 4 pies y 3.5 pulgadas ($\approx 12.225,522$ m), valor que asignaron a la distancia existente entre las dos señales hechas sobre las piedras de molino colocadas en sus extremos, los dos puntos ya conocidos: Oyambaro y Caraburu.

Sin embargo, ese valor no podía ser el definitivo, ya que comprobaron que ambos extremos no estaban a nivel, una vez medida la elevación de Oyambaro con relación a Caraburu y la depresión de este con relación a aquel. El cálculo de la distancia geométrica entre dichos puntos no les planteó dificultades, pues se apoyaba en la resolución del triángulo formado por ellos y el centro de la Tierra, que suponían esférica a tal efecto. El tamaño del triángulo se fijó con el valor medio asignado a la base, considerada horizontal y trazada a un tercio de la línea inclinada que unía los dos vértices de la superficie. La magnitud final del lado en cuestión fue de 6.274 toesas, 2 pulgadas y una línea. No obstante, y sin aclarar el motivo, decidieron aumentarla y redondearla después: «La cual el día 24 de agosto de 1737 alargamos M. Godin y yo 3 pulgadas, 8 líneas: y así será la verdadera distancia de 6.274 toesas, 0 pies, 5 pulgadas, 9 líneas: ó de 6.274 toesas, 0 pies, 6 pulgadas justas, por faltarle sólo 3 líneas para ello».

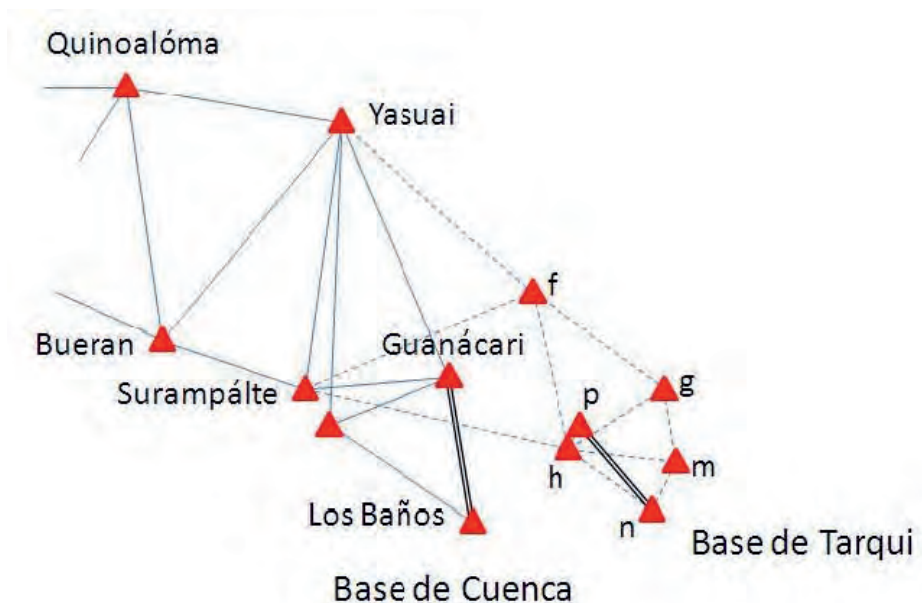
(4) Ello no está reñido con la manifiesta incoherencia de los resultados, pues cada uno de los expedicionarios halló valores diferentes para el coeficiente de dilatación. La explicación la dieron perfectamente A. Lafuente y A. Mazuecos (*Los caballeros del Punto Fijo*, p. 166): «... Imposibilidad técnica de medir unas diferencias de longitud que eran menores que el propio margen de error con el que se marcaban las divisiones en la regla».



La red de enlace de la base con la triangulación para calcular la distancia geométrica entre Oyambaro y Caraburu. La primera ilustra el libro de P. Bouguer *Figure de la Terre*. París, 1749.

En la sección segunda de este libro VII relata Jorge Juan algunos detalles sobre la medición de la misma base de Yaruqui, en la que participó Antonio de Ulloa y los otros dos expedicionarios franceses. También optaron en esta segunda medida por tres perchas análogas a las anteriores, aunque su contras-tación fuese menos concienzuda, ya que generalmente tomaron como patrón invariable la que supusieron más estable, si bien en alguna ocasión hicieron uso de otra toesa metálica. Los soportes de las perchas fueron en todo seme-jantes a los empleados en el primer equipo, una vez desechados los trípodes recomendados por Jacques Cassini en su celebrada obra *Traité de la grandeur et de la figure de la Terre* (1723). En cambio, debieron mejorar sensiblemente la alineación, al efectuar la medida, gracias al empleo de un anteojo.

Como ya se comentó, el resultado de la medición fue de 6.272 toesas, 4 pies y 5 pulgadas, ligeramente diferente del obtenido por el primer equipo. Aunque Antonio de Ulloa partiera del promedio 6.272 toesas, 4 pies y 3,5 pulgadas, para hallar la distancia geométrica entre los dos extremos de la base (por un procedimiento similar al empleado por Godin y Jorge Juan) obtuvo finalmente 6.274 toesas y 1,5 pulgadas, unas siete líneas menor que la magni-tud hallada por Jorge Juan. En los registros de cálculo de Ulloa figuraba una nota en la que se indicaba que Bouguer había obtenido, independientemente y por igual procedimiento, un valor de 6.274 toesas y 9 pulgadas. Jorge Juan



Las bases complementarias de la triangulación, según las *Observaciones astronómicas y físicas* de Jorge Juan y Antonio de Ulloa. La red continua fue observada por Godin y Juan, mientras que la discontinua lo fue por Bouguer, La Condamine y Ulloa.

señala que Ulloa acertó el lado, para redondearlo, y eliminó las pulgadas, pero no debió de estar muy convencido de su proceder. Así parece desprenderse del añadido que hace Jorge Juan a propósito de su amigo: «Pero advierte también, que en este cálculo parece que padeció alguna equivocación, porque el suyo concuerda con toda la precisión, que se puede desear, con el de M. Godin, y mío». En cualquier caso, el valor que posteriormente empleó Ulloa en los cálculos de la triangulación fue el de 6.274 toesas.

Aunque la base de Yaruqui fuese la principal de la triangulación, se midieron otras complementarias a modo de comprobación (5) y en el otro extremo de la cadena triangular. Jorge Juan eligió, junto a Louis Godin, una llanura cercana a la ciudad de Cuenca, estableciendo allí la nueva base que les permitiría determinar el valor del lado formado por los vértices Guanacauri y Los Baños. Esta zona presentaba mayores dificultades que su homóloga de Yaruqui; así lo recogía Jorge Juan: «Tuvo algunas paredes que derribar, y dos Ríos de tres cuartas, a una vara de agua de profundidad, que pasar midiendo: lo que hicimos por medio de los caballetes; aunque con la incomodidad del agua, que nos daba casi a la cintura».

(5) En las redes de triangulación se procedía de esa manera para verificar fehacientemente la bondad de la observación y de los cálculos que se iban efectuando. La comparación entre los valores de un mismo lado, unos obtenidos trigonométricamente y otros mediante la medición directa con un patrón determinado, permitía juzgar con más peso si la escala se había transmitido adecuadamente de unos a otros triángulos.

Al tratarse de una operación en todo análoga a la de la medida de la base fundamental, no se dan muchos más detalles de la operación, concluyendo en estos términos: «En fin hecha toda corrección conforme se dijo en la medida de la Base de Yaruqui, y agregándole la porción geométrica, hallamos la distancia de Guanacauri a Los Baños de 6.197 toesas, 3 pies y 8 pulgadas; y la misma distancia por la serie de triángulos la hallé de 6.196 toesas 3 pies y 7 pulgadas». En este momento cobra el relato una dimensión metrológica especialmente interesante, por más que sólo fuese una digresión que trataba de justificar la aparente discordancia, aunque de menor cuantía, entre los valores medidos y los calculados a través de la triangulación.

En un principio podría pensarse que la diferencia entre ambos valores (1 toesa y 1 pulgada) se debería a los inevitables errores que son propios de todo proceso de cálculo; sin embargo, Jorge Juan no tardó en apuntar otra posible causa ciertamente verosímil y relacionada con la dilatación o contracción de los metales en función de los cambios de temperatura: «Pero si se atiende a que el temperamento de la Base de Cuenca, o de Guanacauri a los Baños no era tan cálido como el de la Base de Yaruqui, se verá que conviene una medida con otra». A continuación determina las correcciones debidas a la dilatación de cada toesa, en Yaruqui y en Cuenca, apoyándose en las temperaturas medidas en ellas, y dedujo que la diferencia anterior se reducía a 1 pie y 10,5 pulgadas, cantidad del todo despreciable en una cadena de triángulos con tanto desarrollo.

La tercera y última base (Alparupasca-Chinan) de la red de triangulación se estableció en la llanura de Tarqui y, como la de Cuenca, fue también de comprobación. Los responsables de la operación fueron Antonio de Ulloa y los otros dos componentes de este segundo equipo de trabajo. Jorge Juan comentó que se trataba de una llanura idónea para situar una base, empleando para ello una metodología idéntica a la ya usada en la de Yaroqui. El resultado obtenido fue de 5.259 toesas, 5 pies, 1 pulgada y 8,5 líneas; en cambio, el hallado por medio de la triangulación alcanzó las 5.259 toesas, 3 pies, 10 pulgadas y 8,5 líneas, es decir, sólo 1 pie y 3 pulgadas menos que la anterior. Jorge Juan se lamentó después por no haber sido posible analizar esa discrepancia teniendo en cuenta las alteraciones experimentadas por la toesa, cuya temperatura en Yaroqui fue mayor que la de Tarqui, ya que no dispusieron de termómetro en este último emplazamiento.

La elección de esta base de Tarqui sólo se explica por las consabidas desavenencias entre los propios académicos franceses y por la displicencia con que dos de ellos trataban a los marinos españoles. Tanto Bouguer como La Condamine no reconocieron nunca la autoridad que la Academia de Ciencias le había otorgado a Godin como responsable máximo del proyecto científico. Bouguer era un buen geodesta y matemático, pero también una persona de trato difícil que siempre chocó con Godin y con su compañero de equipo; aunque en América se mantuvieran las apariencias, de vuelta a París se distanció definitivamente de los mismos. En cuanto a La Condamine, unía a su condición de excelente naturalista la de ególatra consumado con un gran

poder de persuasión; de hecho cobró fama hasta después de su fallecimiento, al conseguir ser recordado, en multitud de ocasiones, como el artífice de aquella medida de grado. Sus relaciones con los dos españoles siempre fueron educadas pero distantes, pues en el fondo se sentía superior a ellos (6). No obstante, es obligado recordar que, gracias a su propuesta —se había unido a la efectuada antes por Bouguer—, admitieron a Jorge Juan en la Academia de Ciencias de París.

En cambio, las relaciones con Bouguer siempre fueron más tensas, el cual parece que insinuó a Godin la conveniencia de no contar con la colaboración de los dos geodestas españoles. Así se desprende de un escrito de Godin (2 de mayo de 1739), traducido en la página 210 del libro *Los Caballeros del Punto Fijo. Ciencia, política y aventura en la expedición geodésica hispano francesa al virreinato del Perú en el siglo XVIII* (7). El texto en cuestión, redactado al pie del vértice Sinazanan, es sumamente esclarecedor y revela, entre otras cosas, que en esa época la autonomía científica de los dos oficiales era ya considerable: «Lo que usted dice acerca de los señores oficiales españoles no puede adjudicarse al señor D. Jorge, quien me encarga les comunique, Señores, que no quiere trabajar con ustedes, añadiendo que si yo llego a morir o a ausentarme del trabajo por cualquier causa, continuará y acabará solo o con el señor D. Antonio: tiene un Cuarto de círculo y utilizará o el instrumento que mandé hacer, o construirá otro parecido o mejor».

Con semejante panorama pueden imaginarse las tensas conversaciones para configurar los equipos que debían observar la triangulación, las cuales desembocaron en los dos siguientes: por un lado, Godin y Juan, y por el otro, Bouguer, La Condamine y Ulloa (8). El compromiso que contrajeron fue al menos original, puesto que cada equipo observaría dos ángulos de cada triángulo, debiéndose intercambiar el valor del tercero. Jorge Juan insistía en la decisión de cumplirlo: «... cuya orden se premeditó desde el principio, conservando ambos la misma serie de triángulos». Sin embargo, no pudo llevarse a buen término, por las malas condiciones meteorológicas y por la evidente falta de coordinación, cuya consecuencia última fue la existencia de dos redes con una parte común.

El detonante de la división definitiva surgió en el volcán de Pichincha, en cuya parte más elevada se mantuvo el segundo equipo durante 23 días sin que se pudieran observar los ángulos necesarios, «ya porque pasaban muchos revueltos con las nubes, ya porque las demás Señales, que necesitaban ver, lo estaban también; trabajo que padecemos en casi toda la medida de la Meridiana (...) Estos motivos nos obligaron a abandonar la Señal en la cumbre de

(6) A Ulloa intentó convencerlo de que no participase en la medición, ya que según él podía hacerlo sin dejar de cumplir las órdenes de su soberano, evitándose así la incomodidad de concurrir personalmente a las fatigas de las tareas que las operaciones traían consigo.

(7) Antonio Lafuente y Antonio Mazuecos. Serbal/CSIC. Barcelona, 1987.

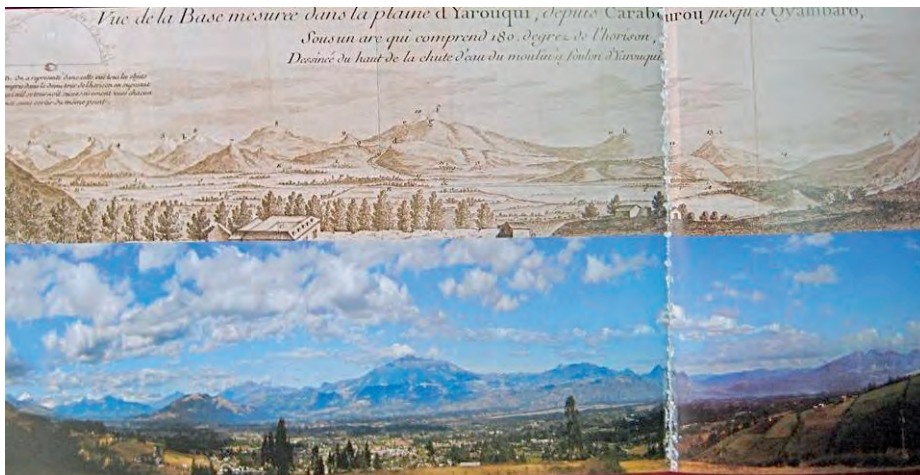
(8) Me inclino a pensar que Jorge Juan y Antonio de Ulloa aceptarían encantados esa solución, pues así estaba asegurada la presencia española en los dos equipos, con todo lo que ello podía representar.

Pichincha, y pusimos en su lugar el señor Godin y yo otra en el alto de Guápulo; y al mismo tiempo el señor Bouguer puso la equivalente a media cuesta del Cerro Pichincha. Con ello ya tuvimos las dos Compañías distinta Serie de triángulos, que no volvimos a unir, hasta que el terreno nos lo permitió, que fue al noveno triángulo». Más adelante continúa Jorge Juan manifestando que a su llegada a Cuenca Godin y él decidieron medir la base complementaria ya comentada, pero que el otro equipo prosiguió la serie de triángulos hasta llegar a Tarqui, «lo cual hizo alterar la suya de la mía», siendo en sus proximidades en donde se midió la tercera base de la triangulación.

La base de Yaruqui cobró especial protagonismo tras su medición, pues La Condamine propuso que se monumentalizaran sus dos extremos mediante una pirámide construida en cada uno de ellos, a semejanza de lo que se había hecho en Francia en ocasiones análogas. El académico francés obró con muy poco tacto y con demasiada prepotencia cuando encargó en París, antes de iniciar la expedición científica, la inscripción que debía figurar en las pirámides a la Académie des Inscriptions et Belles Lettres. Con tal comportamiento, no es nada extraño que aprovechara la ausencia (9) de Jorge Juan para negociar con las autoridades locales la construcción de los monumentos, los cuales incluirían la inscripción correspondiente. Cuando el marino regresó a Quito montó en cólera (10) y denunció el hecho ante la Audiencia Real, por entender que no había quedado a salvo ni el honor del rey ni el de los dos oficiales españoles: sus nombres no figuraban en la inscripción y las flores de lis ocupaban el vértice de la pirámide en detrimento de la corona real de España. La Condamine ganó el juicio, aunque debió cambiar la inscripción; no obstante, los buenos oficios de Jorge Juan lograron que el marqués de la Ensenada ordenara destruir el texto previo y colocar otra inscripción. Las nuevas construcciones llegaron a desaparecer con el tiempo y fueron levantadas otra vez en 1836, por la intervención directa del presidente de la República del Ecuador. La de Caraburu se situó a 32 kilómetros al noroeste de Quito, en las faldas del Coturco, situándose la de Oyambaro pocos kilómetros al este, equidistante de la capital. Las dos pirámides se compusieron de tres bloques cuadrangulares de cal y ladrillo, con una base de 4,90 metros de lado por 1,50 metros de alto; el segundo bloque, asentado sobre el primero, medía 4,40 metros de lado por 1,65 metros de alto; el tercer bloque, en forma de pirámide cuadrangular, midió 4,40 metros de lado por 2,80 de alto, estando rematado por una esfera de piedra de 0,30 metros de diámetro. El problema de las pirá-

(9) Jorge Juan se había ausentado de Quito para ayudar a repeler el ataque de la flota inglesa comandada por el pirata, y luego almirante, Anson.

(10) El enojo de Jorge Juan le hizo ser poco prudente en algunos de los comentarios que intercambié con La Condamine. El considerarse tan académico como los franceses por haber sido guardiamarina puede ser un buen ejemplo. Ello dio pie al francés para contraatacar diciendo: «... también se llaman academias a las Casas de Picaderos y Juegos de Esgrima, y así cualquier principiante no solamente en el arte de la náutica sino en el de montar a caballo y jugar espada negra, pudiera con igual fundamento decirse académico». *Los caballeros del Punto Fijo*, p. 209.



Llanura de Yarouqui. El grabado es una ilustración del libro de La Condamine *Journal d'un voyage fait par ordre du roi à l'Équateur*. París, 1751. La cumbre más elevada es la del volcán Pichincha.

mides — así fue denominado — fue un asunto rocambolesco con un claro trasfondo político y diplomático, tal como se puede comprobar en la extensa bibliografía que lo trata (11).

Desde entonces, en el Ecuador siempre se ha valorado muy positivamente la expedición geodésica hispanofrancesa y la conveniencia de dejar constancia monumental de la misma. Así ha de entenderse la iniciativa que tuvo el geógrafo Luis G. Tufiño para conmemorar el 200.º aniversario de la misma y que fue avalada por un comité francoamericano en 1936. Gracias a él se replanteó la línea ecuatorial apoyándose precisamente en las pirámides de Oyambaro y Caraburu. El monumento permaneció en San Antonio de Pichincha hasta el año 1979, en que se trasladó a Calcali, por donde también pasa la línea del ecuador. En ese mismo año y en el mismo San Antonio se erigió una réplica del primer monumento, pero con una altura de 30 metros en lugar de 10, como tenía el primero. La construcción finalizó en el mes de mayo de 1982, inaugurándose en el siguiente mes de agosto con el nombre de Monumento de la Mitad del Mundo.

(11) En primer lugar debe de citarse la obra del primer responsable del mismo, Ch. La Condamine: *Journal du voyage fait par ordre du roi, à l'Équateur, servant d'Introduction historiques à la mesure des tris premiers degrés du méridien, suivi de l'Histoire des Pyramides de Quito* (París, 1751). Asimismo ha de mencionarse el trabajo de su compatriota G. Perrier, que tuvo igual título *Histoire des Pyramides (Documents inédits. Journal de la Société des Americanistes de Paris. Tomo XXXV. 1943-1946)*. Se da la circunstancia de que este geodesta participó en una reedición de la expedición de la Ilustración, llevada a cabo en Ecuador entre los años 1901 y 1907. En esta ocasión la Asociación Geodésica Internacional recomendó que la amplitud del arco fuese mayor (5° ó 6°) y que se tomasen todas las precauciones necesarias para que la medida alcanzase la exactitud esperada en esta época.



Caras norte y sur del primer Monumento a la Mitad del Mundo, erigido por iniciativa de Luis G. Tufiño en el año 1936. Calacali (Ecuador).

La construcción es muy parecida a la primitiva, tratándose de un conjunto piramidal apoyado sobre una base en cuyas cuatro esquinas se erigen sendos monolitos, estando sus lados orientados según las direcciones cardinales. En las cuatro caras de la pirámide hay leyendas conmemorativas: en la del Norte figura un cuarto de círculo y una «laudatio» a Pedro Vicente Maldonado, colaborador ecuatoriano que participó en la primera expedición geodésica; en el hemisferio occidental se homenajea a Jorge Juan y Antonio de Ulloa, junto a un escudo de España; en el hemisferio occidental el gobierno del Ecuador reconoce la importancia de la misión geodésica de la Academia francesa; finalmente en el lado este se dedica una placa a los académicos franceses que determinaron las dimensiones de la Tierra en el siglo XVIII. El extremo superior de la pirámide está coronado por una esfera metálica que representa la Tierra, con sus cinco continentes y sus mares, en alto y bajo relieve; el globo está ceñido por una cinta metálica, representativa de la línea ecuatorial, que la divide en dos mitades. Su peso aproximado es de unas cinco toneladas, y su diámetro, del orden de 4,5 metros, siendo su eje paralelo al del mundo. Mención aparte merece su imponente avenida jalonada por los 13 bustos en piedra de los principales artífices de aquella brillante operación científica. Tampoco se puede dejar de mencionar otro monumento dentro de la misma ciudad de Quito, concretamente en su parque de la Alameda, justo enfrente de su Observatorio



Panorama del Monumento de la Mitad del Mundo. Detalles con el globo terráqueo y la avenida de los Protagonistas.



Bello monumento a la expedición geodésica de la Ilustración en el parque de la Alameda (Quito), justo enfrente de su Observatorio Astronómico. El cóndor soporta una esfera armilar, que envuelve a la terrestre, sobre la que están representados los signos del zodiaco. Fue levantado en el año 1913.

Astronómico. Allí se encuentra un bello monolito que pretende inmortalizar la memoria de la expedición geodésica y que es coronado por un cóndor sobre el que se apoya una esfera armilar —que rodea a la terrestre— con una banda zodiacal en la que se distinguen perfectamente sus doce signos.

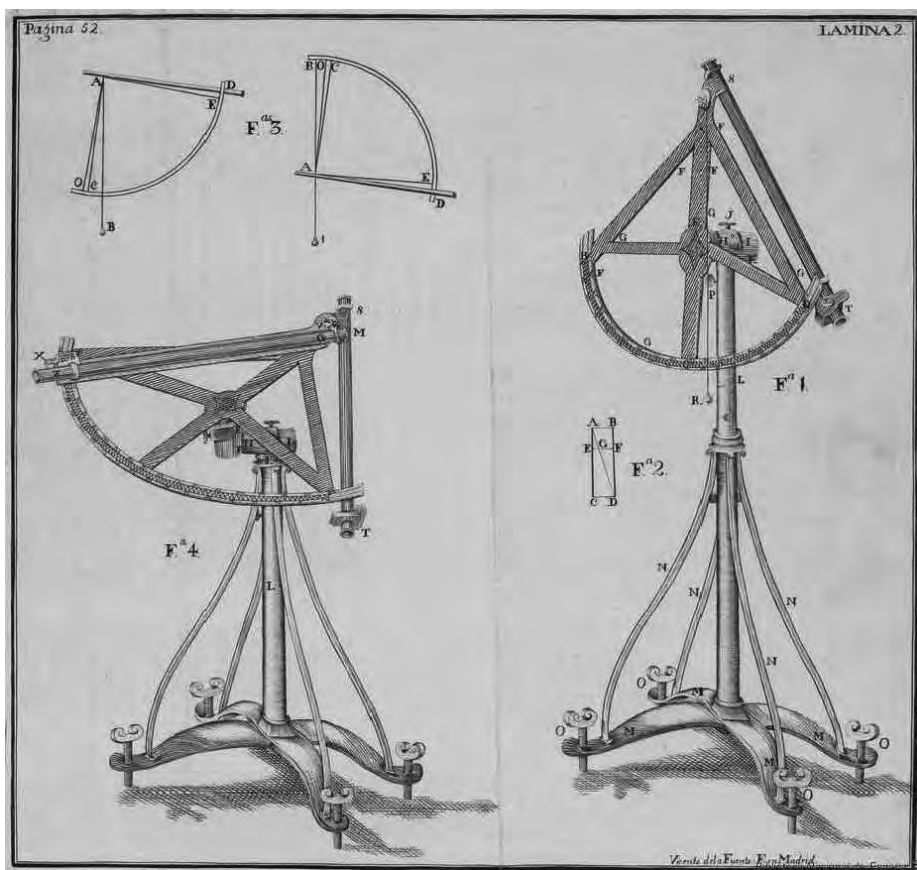
Observación y cálculo de la triangulación

Los expedicionarios usaron toda clase de instrumentos en sus observaciones: anteojos de diferentes longitudes, barómetros, brújulas, péndulos, sextantes, sondas y termómetros, aunque sobresaliera sobre todos ellos la amplia colección de cuadrantes de diferente radio, ya que con ellos medirían los ángulos. La mayoría de tales instrumentos fueron contruidos en Francia por el prestigioso instrumentista Claude Langlois, que llegó a ser, en 1756, ingeniero de la Academia de Ciencias. Los cuadrantes eran el fruto de la evolución natural de los que, con la misma denominación, se venían empleando desde la época de Tolomeo. En los nuevos modelos el elemento fundamental permanecía invariado, un sector circular con una amplitud de 90 grados (de ahí su nombre) y en cuyo limbo se grababan divisiones cada diez minutos (12), aunque incorporasen micrómetros que permitían afinar las lecturas hasta algunas decenas de segundos. El aditamento principal de estos instrumentos modernos era un anteojo que ya llevaba incorporada una rudimentaria cruz filar y permitía hacer muy buenas punterías. El cuadrante era un instrumento muy singular que generalmente era empleado por un solo operador; de hecho, en la expedición geodésica cada uno de sus integrantes empleó uno diferente y con distinto radio, una circunstancia que introdujo una clara heterogeneidad en todas las medidas angulares que se realizaron.

Jorge Juan ya había dedicado el capítulo III de su libro II a la descripción detallada de este tipo de instrumento, también conocido con el nombre de *cuarto de círculo*, y a la precaución con que se ha de manejar para no cometer errores de peso. Se apoya para ello en una lámina que se reproduce junto a estas líneas. De toda ella se transcribe únicamente un fragmento que evidencia los conocimientos de óptica del redactor, en el que se refiere a la cruz filar y al enfoque, dos elementos esenciales para la adecuada explotación del anteojo: «En lugar de pínulas visuales, que dirijan el instrumento al objeto, que se quiere observar, se aplica el anteojo ST de dos lentes, que es de mucha más exactitud; pues no solo se perciben con él mejor los objetos, sino que también se dirige más justamente por medio de dos sutiles hilos de seda (13), que se

(12) Poco tiempo después, en 1763, se produjo una verdadera revolución en el grabado gracias a la máquina ideada por J. Ramsdem, que permitía dividir muy exactamente un círculo de bronce. A él se debió también un gran teodolito con un limbo de 61 cm de diámetro que fue construido por la Royal Society de Londres y posibilitó la primera triangulación de Inglaterra.

(13) Tales hilos se sustituyeron luego por dos líneas mutuamente perpendiculares y grabadas sobre una lámina de cristal, cuya intersección debe coincidir exactamente con el del retículo que llevan incorporados la mayoría de los instrumentos geodésicos y topográficos.



Cuarto de círculo descrito por Jorge Juan en sus *Observaciones astronómicas y físicas*. Obsérvese que se presenta en dos posiciones: horizontal y vertical.

hallan cruzados en el foco del objeto; cuya intersección se pone exactamente sobre el objeto. Estos hilos se hacen firmes en cañón separado del principal antejo, para que con ello se puedan acercar más, o menos del objetivo, y ponerlos exactamente en su foco: lo cual es una especie de paralaje, que se seguiría sin esta diligencia».

Poco más adelante, indica el modo de proceder para la medida de los ángulos formados por las direcciones que concurren en la estación en que se colocaba el instrumento, una operación simple que se limitaba a visar los puntos que materializaban tales direcciones y a tomar nota de las lecturas correspondientes efectuadas sobre el limbo del instrumento; así se expresaba Jorge Juan: «El uso discurre, que se verá fácilmente en la figura, pues se reduce a dirigir los dos anteojos, esto es, la intersección de los hilos de seda, que se

LA FIGURE DE LA TERRE,

Déterminée par les Observations de Messieurs
BOUGUER, & DE LA CONDAMINE, de
l'Académie Royale des Sciences, envoyés par
ordre du Roy au Pérou, pour observer aux
environs de l'Equateur.

*Avec une Relation abrégée de ce Voyage, qui contient
la description du Pays dans lequel les
Opérations ont été faites.*

PAR M. BOUGUER.



A PARIS, QUAY DES AUGUSTINS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT, Libraire du Roy
pour l'Artillerie & le Génie, au coin de la rue Giff-le-Cœur,
à l'Image Notre-Dame.

M. DCC. XLIX.

Portada del libro de Bouguer, en el que no figura el nombre de Godin, responsable máximo de la expedición científica, ni por supuesto los de los españoles Jorge Juan y Antonio de Ulloa.

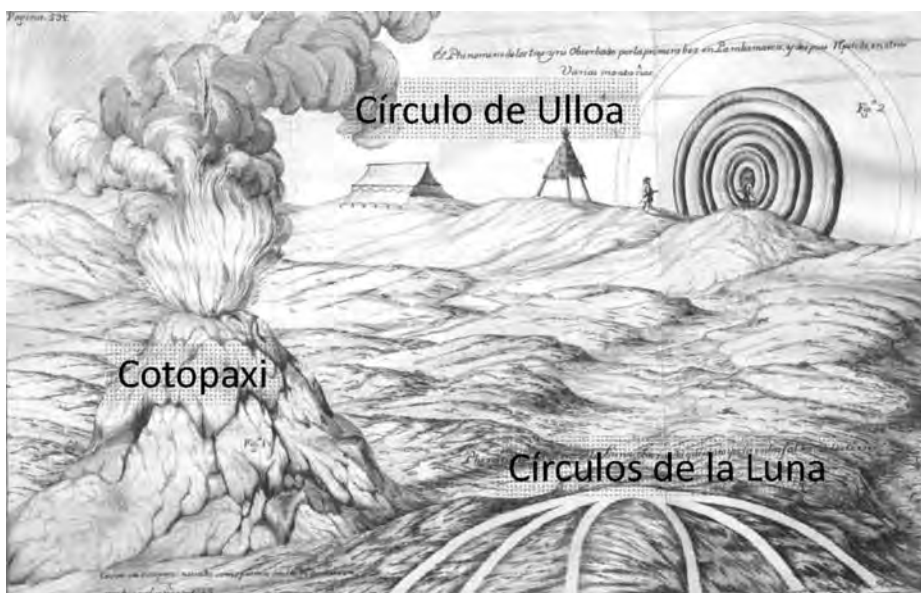
hallan dentro de ellos, a los objetos, que comprenden el ángulo; teniendo cuidado de poner el punto, donde se cruzan los anteojos M, sobre aquél, de donde se quiere observar el ángulo».

Jorge Juan no olvidó referirse a una cuestión tan importante como la de los errores instrumentales, de cuyo correcto tratamiento dependía, nada más y nada menos, el éxito final de la misión que les había encomendado el rey de España (14). No obstante, se limitó prácticamente al estudio del error producido por la incorrecta división del limbo del cuadrante (15), un cuidadoso análisis que desarrolla dentro del libro VII ya mencionado (pp. 155-158). La declaración de intenciones con que inició su comentario no tiene desperdicio: «... pues es cierto, que por más cuidado, que el Operario ponga en ejecutarlas, no dejará de deslizarse en algún corto yerro; y más cuando son muchas las causas de donde puede producirse: porque ¿Quién podrá estar seguro de haber tomado exactamente una medida igual a otra? ¿Quién lo estará de haber dividido un arco justamente en dos partes iguales, y quién de haber hallado exactamente el centro de un círculo? Todas son cosas muy fáciles en la teórica, pero extremadamente difíciles en la práctica, cuando se pide un cierto punto de precisión». Varios fueron los métodos empleados para hallar las oportunas correcciones que se deberían aplicar a los valores angulares observados, partiendo siempre de la conveniencia de efectuar lecturas en diferentes sectores del limbo, para de ese modo poderlas tener luego en cuenta «en las Observaciones de la Meridiana».

La conocida discreción de Jorge Juan podría ser la causa de que no relate las penalidades de todo tipo que tuvieron que padecer en las sucesivas fases del proyecto —él mismo llegó a tener un serio percance al que luego nos referiremos—. En todo caso, han de destacarse los problemas de intervisibilidad entre los futuros vértices de la red y la propia ejecución de la triangulación, amén de la continuada destrucción de las señales que deberían observar por

(14) En la instrucción reservada (asociada a la Real Orden dirigida a Patiño el 20 de agosto de 1734) se evidencia el inequívoco interés del rey Felipe V por el éxito final de aquella operación científica: «... hiciesen de común acuerdo Con los franceses y guardando con ellos la mayor atención y buena armonía, todas las observaciones astronómicas necesarias para la medida de los grados, apuntando cuanto se ejecutase por todos, por si acaso fuese menester; (...) que en caso necesario supliese el lugar y veces de cualquier Académico que faltase o muriese: (...) que aún cuando faltasen todos los Académicos, concluyesen ellos la obra de la Medida, si quedase empezada, y si fuese menester la hiciesen por sí solos toda entera con los instrumentos que llevaban y los demás que se les habían de remitir». Esta instrucción explica por sí misma la firmeza que mostraban los dos españoles con los otros miembros de la misión geodésica.

(15) En cambio P. Bouguer cuantificó también el producido por la excentricidad del limbo, llegando a fijar los valores esperados para diferentes sectores del mismo. Los resultados los incluyó en su conocido libro *La Figure de la Terre, déterminée par les Observations de Messieurs Bouguer, & de La Condamine, de l'Académie Royal des Sciences, envoyés par ordre du Roy au Pérou, pour observer aux environs de l'Equateur. Avec une relation abrégée de ce Voyage, qui contient la Description du Pays dans lequel les opérations ont été faites* (París, 1749). Aunque el proceder de Bouguer se descalifica por sí mismo y merecería algún comentario añadido, sólo indicaré que significó la ruptura total de Godin con tan peculiar personaje.



Grabado con los fenómenos extraordinarios contemplados durante la misión geodésica en el virreinato del Perú. Figuran también una tienda de campaña montada para la observación y una de las señales que materializaban los vértices de la triangulación. *Relación histórica del viaje hecho de orden de su Majestad a la América Meridional para medir algunos grados de meridiano terrestre y venir por ellos en conocimiento de la verdadera figura y magnitud de la tierra, con otras varias observaciones astronómicas y físicas* (Madrid, 1748).

parte de los indígenas, o las aún más lamentables inclemencias meteorológicas. Al socorrido contrapunto del deber cumplido, podría añadirse aquí el privilegio que tuvieron de observar fenómenos naturales tan extraordinarios como los tres arcos iris concéntricos (16), enmarcados por paisajes sin igual, que aparecen recogidos en uno de los grabados con que ilustró Ulloa su libro *Relación histórica del viaje hecho de orden de su Majestad a la América Meridional*, publicado en Madrid en 1748.

En él se representó el volcán de Cotopaxi en erupción, tal como lo vieron en 1743 y 1744; sin embargo, debieron de sorprenderse más aún cuando,

(16) Fenómenos análogos fueron observados, y también descritos, después por otros astrónomos, tanto en los Alpes como en regiones polares. De hecho durante la misión geodésica a Laponia se observó un triple arco, sobre la montaña Ketimä, al final del día 27 de julio de 1736. Se conserva además un dibujo del mismo en el libro *Journal d'un voyage au Nord en 1736 et 1737* (París, 1744), escrito por el abad Outhier, el cual fue uno de los expedicionarios que acompañó a P. Maupertuis. Incluso C. Flammarion llegó a ver algo parecido a bordo de un globo aerostático en el año 1868. La sombra del globo apareció sobre las nubes y rodeada de círculos concéntricos coloreados, en los cuales el cesto del globo ocupaba el centro. Su duración permitió al astrónomo parisino, hacer un dibujo del mismo, que incluyó en su libro *L'atmosphère, description des grandes phénomènes de la nature*. París, 1873.

estando en las proximidades del vértice Pambamarca, contemplaron dos fenómenos atmosféricos ciertamente singulares que fueron descritos por el propio Ulloa en estos términos: «Al tiempo del amanecer se hallaba todo aquel cerro envuelto en nubes, muy densas, las que con la salida del Sol se fueron disipando, y quedaron solamente unos vapores tan tenues, que no los distinguía la vista: al lado opuesto por donde el Sol salía en la misma montaña, a cosa de diez toesas distante, de donde estábamos, se veía como en un espejo representada la imagen de cada uno de nosotros, y haciendo centro en su cabeza tres iris concéntricos; cuyos últimos colores, o los más exteriores del uno tocaban a los primeros del siguiente; y exterior a todos y algo distante de ellos se veía un cuarto arco formado de un solo color blanco: todos ellos estaban perpendiculares al horizonte; y así como el sujeto se movía de un lado para otro, el fenómeno le acompañaba enteramente en la misma disposición, y orden: pero lo más reparable era, que hallándonos allí casi juntos seis, o siete personas, cada uno veía el fenómeno en sí, y no lo percibía en los otros». Gracias a su descripción, Ulloa inscribió su nombre en la meteorología, pues al círculo envolvente de los demás se le conoce, en su honor, como «Círculo de Ulloa». No menos impactante debieron de resultarles tres arcos blancos y concéntricos sobre la falda de una montaña, provocados por la luz de la Luna.

Gracias al referido libro de Ulloa se dispone de la reseña descriptiva de todos los vértices de la triangulación, una información precisa y preciosa que incluye en su primera parte (capítulo III) y que es imprescindible para tener una idea cabal de los trabajos geodésicos que allí se realizaron. Aunque todas las descripciones tengan interés, sólo me he permitido transcribir dos que pueden considerarse representativas. La primera de ellas se centra en las inclemencias meteorológicas sufridas en el vértice geodésico Pambamarca, «donde habíamos estado el año de 1736 cuando se acabó de medir la base de Yaruqui queda ya advertido, se hizo segunda estación, subí con los de mi compañía el 26 de enero de 1738 permaneciendo hasta el 8 de febrero; y en otros donde estuvimos después, los vientos eran tan fuertes que con dificultad podían mantenerse en pie las personas haciendo oposición a su fuerza, y ésta fue una gran penalidad para ejecutar las observaciones con la delicadeza y prolijidad que era necesario porque todos los abrigos que se formaban no bastaban a tener en sosiego los cuartos de círculo».

En la segunda reseña que se ha seleccionado, cita Antonio de Ulloa el percance sufrido por Jorge Juan en los siguientes términos: «Señal de Limpia Pongo en el páramo de Cotopaxi. Al páramo de Cotopaxi subieron el 16 de marzo; y habiéndose mantenido hasta el 31 y reconocido no descubrirse de allí la señal de Guamaní, fue preciso hacer poner uno intermedio y, estándolo ya el 9 de agosto, volver a la señal de Limpia Pongo, en Cotopaxi, y permanecer en ella hasta el 13 del mismo mes, que concluyeron. En esta segunda jornada le sucedió á Don Jorge Juan, a la subida del cerro, el accidente de caer con la mula en que iba en lo más hondo de una pequeña quebrada, cuya profundidad era de 4 a 5 toesas, que hacen de 10 a 11 varas, pero tuvo la felicidad de no recibir daño alguno».



Dos cuartos de círculo fabricados en Inglaterra por J. Bird. El de la izquierda se custodia en el Museo Naval (Madrid) y parece que fue usado por Jorge Juan y Antonio de Ulloa en su campaña americana (imagen cedida por la Fundación Jorge Juan). El otro es muy similar al descrito por Jorge Juan en las *Observaciones astronómicas y físicas*.

Aunque Jorge Juan no comentara el número de punterías realizadas a cada vértice y los promedios de las lecturas obtenidas para aumentar la fiabilidad del valor asignado a cada ángulo del triángulo, es obvio que así debieron de proceder, habida cuenta las precauciones que tomaron en otras fases de la medida del meridiano, a pesar de que se limitara a decir que todos los ángulos fueron debidamente corregidos. Sin embargo, se detuvo un poco más para explicar el inicio de las observaciones angulares y el de los cálculos de los lados: «Ya medida la Base, se fueron tomando los ángulos de posición con los Cuartos de círculo de los extremos de ella, y de las demás señales, que componían la serie de triángulos (...) y se fueron calculando las distancias de unas Señales a otras: esto es, siendo AB la Base, con los tres ángulos del triángulo ABC, observados, se concluía AC, con este lado, y los tres ángulos del triángulo ACD se concluía CD; y así en los demás».

Los cálculos a que hace referencia Jorge Juan son obvios, una vez aplicado el teorema del seno: primero al triángulo ABC y luego al ACD. Introduciendo los ángulos α , β y ω que se indican en el detalle de los triángulos (copia de los adjuntos en el gráfico de la red), y siendo AB la base, el valor del lado AC

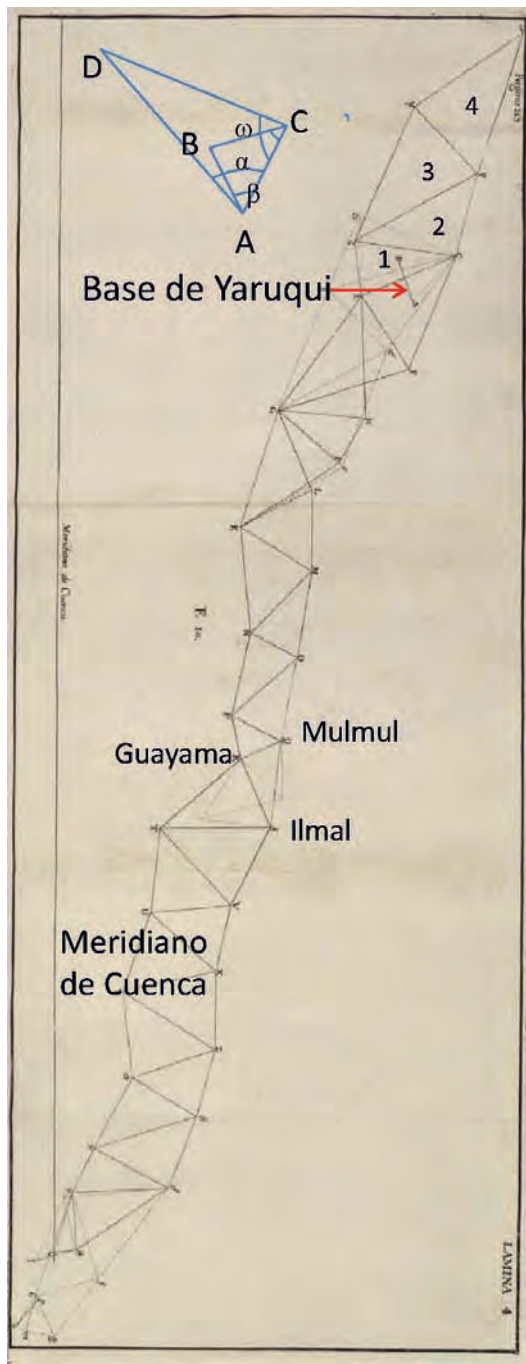
sería igual al cociente $AB \operatorname{sen} B / \operatorname{sen} C$ y el del lado BC al cociente $AB \operatorname{sen} \beta / \operatorname{sen} C$. Una vez obtenido el lado AC se determinan los otros dos lados del triángulo ACD de forma análoga, resultando para el lado DC el valor $AC \operatorname{sen} \alpha / \operatorname{sen} D$ y para el lado AD el cociente $AC \operatorname{sen} \omega / \operatorname{sen} D$.

Jorge Juan incluyó en el capítulo III (sección I) de su libro VII un listado con todos los vértices de la red, compuesta por 29 triángulos. Cada vértice lo identificó con su topónimo, usando además las letras mayúsculas del abecedario y, cuando se terminaron, las del alfabeto griego. En las otras dos columnas figuraron los valores de los ángulos en dichos vértices, situando en la primera las magnitudes observadas y en la segunda las obtenidas tras efectuar la compensación del error de cierre correspondiente (17). La compensación se realizó en la mayoría de las ocasiones dividiendo el error en tres partes y restando (o sumando) cada una de ellas a los valores observados. No obstante se contemplaron otras posibilidades, tal como apuntaba Jorge Juan a ese propósito: «... porque si no se tenía tanta seguridad en un ángulo de un triángulo como en los otros dos, se echaba la corrección totalmente sobre el primero: otras veces sobre dos; y cuando sucedía, que se tenía entera satisfacción de los tres, se repartía la corrección igualmente entre todos».

Fragmento de la Red Geodésica entre Quito y Cuenca, observada por el equipo de Jorge Juan y Louis Godin								
Triángulo	Vértice	Ángulos		Triángulos	Vértice	Ángulos		
		Observados	Corregidos			Observados	Corregidos	
1	A	63° 47' 49"	63° 47' 42"	2	A	74° 10' 44,5"	74° 10' 58"	
	B	77° 35' 30,5"	77° 35' 32"		C	Pambamarca	69° 46' 13"	69° 46' 32"
	C	38° 36' 44"	38° 36' 46"		D	Taulagua	36° 02' 20,25"	36° 02' 30"
	Suma	179° 59' 54,5"	180° 00' 00"		Suma		179° 59' 17,25"	180° 00' 00"
3	D	65° 39' 37"	65° 39' 42"	4	E	72° 08' 53,75"	72° 08' 52"	
	E	67° 17' 33,5"	67° 17' 33,5"		F	Guamaní	59° 53' 52"	59° 53' 50"
	C	47° 02' 38"	47° 02' 44,5"		C	Pambamarca	47° 57' 20,25"	47° 57' 18"
	Suma	179° 59' 48,5"	180° 00' 00"		Suma		180° 00' 06,50"	180° 00' 00"
5	E	69° 25' 56,75"	69° 25' 54"	6	E	38° 05' 12,75"	38° 05' 10"	
	F	74° 00' 14"	74° 00' 12"		G	Corazón	58° 53' 29"	58° 53' 26"
	G	36° 33' 56"	36° 33' 54"		H	Chichulagua	83° 01' 27"	83° 01' 24"
	Suma	180° 00' 6,75"	180° 00' 00"		Suma		180° 00' 8,75"	180° 00' 00"
16	Q	60° 49' 40"	60° 49' 38"	17	R	71° 33' 55,25"	71° 35' 55"	
	R	91° 22' 27"	91° 22' 25"		T	Sisa-Pongo	41° 03' 30,50"	41° 03' 30"
	S	27° 47' 59"	27° 47' 57"		S	Ilmal	67° 20' 36"	67° 20' 35"
	Suma	180° 00' 06"	180° 00' 00"		Suma		180° 00' 2,25"	180° 00' 00"
28	λ	Se concluyó	33° 40' 21"	29	π	20° 33' 14"	20° 33' 16"	
	π	Surampalte	87° 14' 17"		ε	La Torre de		
	θ	Guanacauri	59° 05' 22"		θ	Cuenca	66° 06' 33,5"	66° 06' 35"
Suma		180° 00' 00"	Sumas	Guanacauri	93° 20' 07"	93° 20' 09"		
						179° 59' 54,5"	180° 00' 00"	

(17) Al resolver los triángulos de la red como si fuesen planos, la suma de los ángulos de cada uno debía ser de 180°, de modo que esa cantidad tendría que ser la suma de los valores corregidos. El llamado «error de cierre» es, precisamente, la diferencia entre ese valor de 180 y la suma de los ángulos medidos.

Gráfico de la red de la triangulación geodésica según Jorge Juan (*Observaciones astronómicas y físicas*). El lado Ilmal-Guayama se calculó también a través de los triángulos punteados de su entorno.



La selección de triángulos que se ha realizado demuestra que el anteproyecto de la triangulación presentaba ciertas lagunas, que podrían disculparse a la vista de la orografía del terreno y de los medios tan rudimentarios con que contaban. Dos hacen referencia a los ángulos demasiado agudos que aparecen en los triángulos 16 y 29, en ambos casos menores de 25 grados. La tercera anomalía observada, y que no se comenta en el texto de Jorge Juan ni en las reseñas de Antonio de Ulloa (18) a pesar de su relevancia, es el hecho de que no se midiera el ángulo en el vértice Yasuai del triángulo número 28. Por otro lado, sorprende que él sólo mencionara el ángulo del vértice Ilmal, en el triángulo número 16, con un valor de $27^{\circ} 47' 59''$, y diera por bueno otro aún menor, de $20^{\circ} 33' 14''$, en el vértice Surampalte del último triángulo. El contratiempo sufrido con el vértice Ilmal debió de ser considerable, ya que llegaron a modificar el proyecto primitivo, tal como se aprecia en el croquis final de la triangulación, aunque terminaran dando por buena la configuración primitiva. La reproducción del comentario del marino contribuye a despejar algunas dudas: «Habiéndonos parecido el ángulo en Ilmal pequeño, de que podía resultar yerro en el lado RS a poca diferencia del verdadero ángulo; se resolvió rectificar el mismo lado por nuevos triángulos, que son los que se ven formados de puntos; pero habiendo hallado el lado RS de igual magnitud, tanto por el primer método, como por el segundo, a cortas pulgadas de diferencia, me parece, que para no confundir la obra, será bueno no hacer mención de los triángulos punteados».

Tras el listado con los valores angulares de la triangulación, comenta Jorge Juan que la red se amplió con unos cuantos triángulos más hasta llegar a la base complementaria formada por Guanacauri y Los Baños, que ya fue referida en su momento.

La prolongación de la red triangular para medir la base complementaria de Cuenca tuvo menos relevancia científica que la realizada en el extremo norte de la triangulación, por donde añadieron cuatro triángulos más a partir del lado común formado por los vértices Guapulo y Pambamarca, los cuales aparecen identificados con los números 1, 2, 3 y 4 en el croquis general de la misma, justo por encima de la base de Yaruqui. El motivo no fue otro que lograr un desarrollo de meridiano mayor de tres grados (19), entendiendo que

(18) Pensando que la aclaración la podría proporcionar la reseña de Ulloa, revisé de nuevo todas ellas y no encontré la del vértice Ilmal, ya que él no llegó a reconocerlo por encontrarse enfermo. En efecto, la descripción del vértice Mulmul es contundente: «En este señal y los tres siguientes fue forzoso hacer distintos viajes porque, obligando la mayor exactitud de las observaciones á formar triángulos auxiliares por donde se comprobasen las distancias que se concluyesen de los principales, la dificultad de no poderse divisar recíprocamente unos señales de otros precisó á mudarlos de sitio hasta que estuvieron bien y, por consiguiente, á repetir los viajes en unas mismas estaciones; y el 8 de noviembre, quedando concluidas todas las observaciones, pasó la compañía á Riobamba, en donde yo me hallaba desde el 20 de octubre porque, contraída una peligrosa y crítica enfermedad en Chichi choco y habiéndose agravado esta en Mulmul, fue forzoso quedarme en una vaquería de aquel páramo y desde ella continuar á convalecer en Riobamba, por cuyo motivo no pude asistir á las observaciones de los señales XV, XVI y XVII, que le fueron los de Guayama, Ilmal y Nabuso».

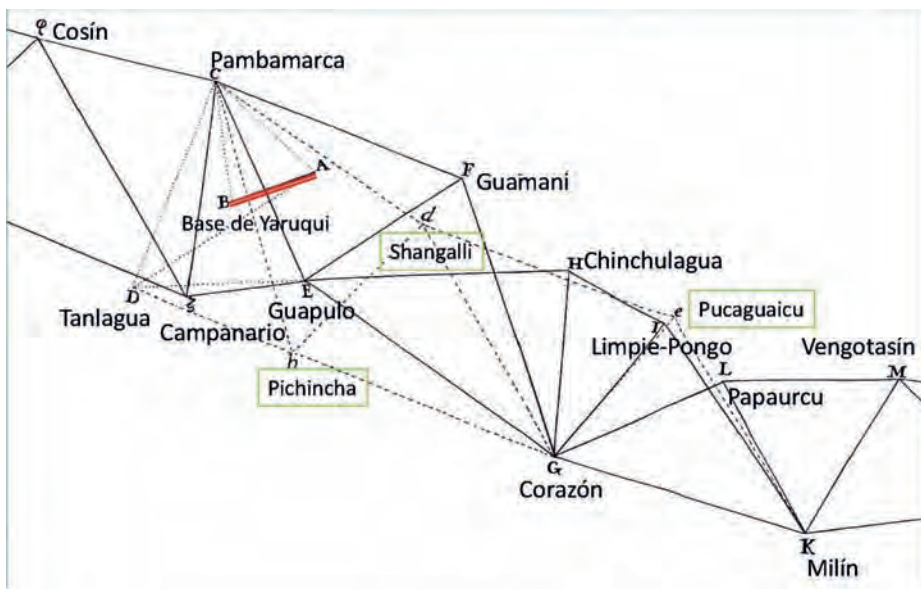
(19) Godín y Jorge Juan comprobaron que aún no habían alcanzado esa amplitud al determinar las latitudes de Cuenca y Yaruqui. A ello nos referiremos más adelante, bajo el siguiente epígrafe.



Laguna volcánica de Cuichocho, en cuyas cumbres se situó el vértice geodésico de igual nombre.

Fragmento de la Red Geodésica entre Quito y Cuenca, observada por el equipo de Antonio de Ulloa								
Triángulo	Vértice	Ángulos		Triángulos	Vértice	Ángulos		
		Observados	Corregidos			Observados	Corregidos	
1	A	63° 48' 10"	63° 48' 14"	2	A	74° 11' 15"	74° 10' 57"	
	B	77° 35' 33"	77° 33' 38"		C	Pambamaraca	69° 46' 56"	69° 46' 38"
	C	38° 36' 04"	38° 36' 08"		D	Taulagua	36° 02' 42"	36° 02' 25"
	Suma	179° 59' 47"	180° 00' 00"		Suma		180° 00' 53"	180° 00' 00"
3	D	89° 14' 00"	89° 14' 04"	4	b	Pichincha	61° 06' 31"	61° 06' 30"
	E	52° 09' 00"	52° 09' 24"		d	Shangalli	79° 06' 35"	79° 06' 33"
	C	38° 36' 28"	38° 36' 32"		C	Pambamarca	a 39° 46' 58"	39° 46' 57"
	Suma	179° 59' 48"	180° 00' 00"		Suma		180° 00' 06,5"	180° 00' 00"
15	Q	60° 49' 25"	60° 49' 30"	16	R	Guayama	71° 35' 56"	71° 35' 57"
	R	91° 22' 20"	91° 22' 26"		T	Sisa-Pongo	41° 03' 25"	41° 03' 36"
	S	27° 47' 59"	27° 48' 04"		S	Ilmal	67° 20' 36"	67° 20' 37"
	Suma	179° 59' 44"	180° 00' 00"		Suma		179° 59' 57"	180° 00' 00"
27	λ	Se concluyó	30° 40' 21"	28	π	Surampalte	20° 33' 14"	20° 33' 16"
	π	Surampalte	87° 14' 17"		ε	La Torre de Cuenca	66° 06' 33,5"	66° 06' 35"
	θ	Guanacauri	59° 05' 22"		θ	Guanacauri	93° 20' 07"	93° 20' 09"
Suma		180° 00' 00"	Suma		179° 59' 54,5"	180° 00' 00"		

de esa manera aumentaría la fiabilidad del valor asignado al desarrollo de un grado de meridiano. Así lo explicaba Jorge Juan: «Algunos han procurado persuadirnos a que no se debe de medir más de un grado de Meridiano para que su conclusión salga menos errónea; pero muy al contrario otros con razones más sólidas tienen por cierto, que cuanto más larga se hiciese la medida: esto es, cuanto más grande fuese el arco que se midiere, más exacta se tendrá la conclusión del grado». Aunque Jorge Juan lo citaría después, sí parece oportuno señalar ahora que en la observación de estos nuevos vértices (Campanario, Cosín, Cuichocho y Mira) participaron los dos equipos, tal como aclara Antonio de Ulloa en la reseña descriptiva correspondiente: «Las estaciones que se hicieron, luego que se acabó de medir la base de Yaruqui en el año de 1736 (...) fueron comunes á ambas compañías porque todavía no se había puesto en planta el método que se siguió después, de observar cada una



Detalle de las dos series de triángulos. Los de trazo continuo fueron observados por Jorge Juan y Louis Godin; los de trazo discontinuo, por Antonio Ulloa, P. Bouguer y Ch. La Condamine (*Observaciones astronómicas y físicas*).

en todos los triángulos dos de sus ángulos para aligerar el trabajo y abreviar la obra». Ni que decir tiene que los ángulos de esos triángulos se observaron, calcularon y compensaron siguiendo el mismo procedimiento que ya se ha detallado y reflejado en el cuadro anterior.

Las referencias a las observaciones de la triangulación efectuadas por Ulloa, Bouguer y La Condamine las hizo Jorge Juan en parecidos términos a los ya mencionados; no obstante, parece obligado insistir en la existencia de las dos series de triángulos, que como se sabe tuvo su origen en las laderas del volcán Pichincha y continuaron sin hacerse una hasta llegar a los vértices Corazón, Milín y Papaurcu. Dichos puntos conformaban el triángulo número 9 de la serie de Jorge Juan y el número 10 de la de Ulloa. Ello no quiere decir que a partir de ahí coincidieran los valores asignados por ambos equipos a los ángulos del mismo triángulo, forzosamente diferentes al ser observados por operadores distintos que empleaban además instrumentos diferentes.

En el fragmento de la triangulación que se ha seleccionado, y que se reproduce en el cuadro anterior, se aprecia esa circunstancia: triángulos con los mismos vértices y diferentes valores angulares, o bien triángulos con vértices diferentes. Al contrario de lo que podría suponerse en un primer momento, la disparidad de resultados enriqueció la operación o, si se prefiere, la documentación que se examinaría posteriormente para comparar sus resultados con los

Triángulo	Vértice	Ángulos corregidos	
		Jorge Juan	Antonio de Ulloa
30	E	72° 54' 10"	72° 54' 09"
	C	32° 01' 30"	32° 02' 10"
	ζ	75° 02' 20"	75° 03' 41"
	Suma	180° 00' 00"	180° 00' 00"
31	C	96° 21' 12"	96° 21' 15"
	ζ	38° 07' 38"	38° 01' 35"
	Ø	45° 31' 10"	45° 31' 10"
	Suma	180° 00' 00"	180° 00' 00"
32	ζ	38° 02' 27"	38° 02' 09"
	Ø	75° 42' 01,5"	75° 42' 02"
	Ψ	66° 15' 31,5"	66° 15' 49"
	Suma	180° 00' 00"	180° 00' 00"

obtenidos en otras latitudes, y poder llegar de ese modo a valores más acordes del semieje mayor y aplastamiento del elipsoide terrestre (20).

Jorge Juan menciona también que colaboró con Antonio de Ulloa en la observación de la ampliación septentrional de la red, ya citada, hasta lograr un arco meridional de más de tres grados, siendo esta la única ocasión en que lo hicieron. Aun así, los valores asignados a los ángulos fueron diferentes por haberlos compensado los dos operadores de diferente forma, a tenor de lo afirmado por Jorge Juan: «La continuación de triángulos por la parte del Septentrión (...) fue en compañía de Don Antonio de Ulloa; y así estos triángulos son para ambos los mismos; solo si, como este hizo el juicio prudente, para corregirlos, de distinta forma, los ángulos correctos variaron, y son como se siguen». Aunque en el texto original se incluyen, por separado, los valores observados y corregidos por los dos marinos, al ser idénticos los primeros he preferido subrayar solamente los segundos.

Ultimados los trabajos de campo, en los que, además de las bases, se habían observado y compensado los ángulos de los triángulos, ya estaban en condiciones de poder abordar la penosa tarea del cálculo de todos los lados de la red. Una tarea ciertamente tediosa que requería la permanente atención de los expedicionarios, puesto que no contaban con medios potentes para efectuar las numerosas operaciones trigonométricas. Tanto Jorge Juan como Louis Godin decidieron que convendría determinar en primer lugar los valores de los lados más occidentales de la triangulación, pensando que a partir de ellos obtendrían de inmediato el desarrollo del arco meridional correspondiente. La secuencia de esos trabajos de gabinete, tan clásicos en la práctica de la geodesia, para los 33 triángulos involucrados y las primeras fórmulas que deberían emplear ya fueron comentadas. Tras los cálculos presentó Jorge Juan los resultados obtenidos, idénticos a los que figuran en la tabla adjunta, con la

(20) El semieje mayor del elipsoide de revolución es el radio de la circunferencia ecuatorial. Si el semieje mayor es a (el radio anterior) y el semieje polar fuera b , se define el aplastamiento como el cociente $(a-b)/a$. Dos valores al uso de tales parámetros son los del elipsoide empleado por el sistema de referencia WGS84 (World Geodetic System): $a \approx 6378.1370$ km, aplastamiento $\approx 1/298.257223563$. Resulta así un semieje polar $b \approx 6356.7253$ km. Es decir, la diferencia entre el eje ecuatorial y el polar es del orden de 43 kilómetros.

salvedad de que se han añadido ahora los equivalentes kilométricos de las toesas, para de ese modo tener una idea más aproximada de la gran longitud de las visuales de la red y de los sacrificios que conllevaría la materialización de las mismas.

<i>Lados occidentales de la Red</i>	<i>Toesas</i>	<i>Kilómetros</i>	<i>T. reducidas</i>
Mira-Cuichochoa	20.721,275	40.385,76	20.703,536
Cuichochoa-Campanario	23.132,220	45.084,70	23.130,299
Campanario-Guapulo	8.703,392	16.962,91	8.698,453
Guapulo-Corazón	21.965,864	42.811,47	21.953,245
Corazón- Milín	19.179,609	37.381,06	19.173,809
Milín-Chulapu	16.767,152	32.679,18	16.675,992
Chulapu-Chichichoco	13.218,061	25.762,00	13.217,175
Chichichoco-Guayama	6.675,772	13.205,98	6.762,335
Guayama-Sisa-Pongo	16.524,693	32.206,63	16.529,658
Sisa-Pongo-Lanlanguso	13.142,313	25.614,37	13.141,311
Lanlanguso-Chusai	12.935,128	25.210,56	12.931,589
Chusai-Sinasaguan	13.597,398	26.501,33	13.591,351
Sinasaguan-Buerán	12.690,320	24.733,43	12.684,594
Buerán-Surampalte	7.647,190	14.904,37	7.645,400
Surampalte-Torre de Cuenca	9.892,084	19.279,67	9.879,214
<i>Longitud aproximada de la triangulación</i>		422.723,4	

Sin embargo, no se detenían ahí los cálculos, ya que las magnitudes obtenidas fueron medidas en diferentes planos y había que hallar sus valores reducidos al horizonte más bajo del vértice involucrado; el proceso no reviste especial dificultad, una vez conocidas las inclinaciones del lado, observadas en uno y otro vértice (21), y resuelto el triángulo formado por ambos puntos y el centro de la Tierra. Aunque los valores resultantes forzosamente tuvieron que ser aproximados, por no haber tenido en cuenta la refracción atmosférica, es muy probable que se evitaran errores groseros al haber tomado la media de los ángulos verticales medidos en los dos extremos del lado. El propio Jorge Juan era plenamente consciente de las limitaciones de su nivelación trigonométrica, según se desprende de la nota al pie (22) de la página 176 de sus *Observaciones astronómicas y físicas*, una aclaración que evidencia su honradez científica.

(21) Tales valores, elevaciones o depresiones, se midieron también con el cuarto de círculo. De esa forma se podía evaluar el desnivel entre los dos vértices, una vez conocida la distancia entre ambos.

(22) Este era su contenido: «Estas alturas debieran de corregirse de la refracción terrestre, que las altera. Por varias observaciones que se hicieron de alturas, y depresiones de las Señales en toda la Serie de triángulos, procuré deducir la refracción, que le correspondía a cada Señal respecto de su altura, y distancia; pero hallé tal variedad en ello, que algunas observaciones daban la refracción negativa, o contraria a lo que debían; por cuyo motivo, e inducir poco yerro al tomar un minuto más, o menos grandes estos ángulos para las operaciones que se siguen, me pareció omitirlas; no obstante en la ocasión, que se observó altura, y depresión de Señales correspondientes, tomé un medio entre las dos, que es lo propio, que emplea la refracción».



Ilustración del libro de Jorge Juan *Observaciones astronómicas y físicas*, con la que empieza su libro primero. En ella se representa un triángulo de la red geodésica, varios instrumentos para la medida de ángulos (algunos con operador incluido), compases, un semicírculo y hasta un reloj de péndulo. Mención especial merece la versión moderna del Triquetrum de Tolomeo, un aparato con el que se podían medir distancias cenitales y calcular paralajes.

De los cálculos efectuados por el equipo de Antonio de Ulloa se limita Jorge Juan a transcribir los valores de todos los lados de la red triangular, hallados a partir de la base de Yaruqui, que como se recordará habían fijado en 6.274 toesas. Ese hecho, unido a que en las operaciones consiguientes se contó con ángulos ligeramente diferentes a los del primer equipo (aun en la zona común a ambos), condujo también a importantes discrepancias, tal como prueban los valores seleccionados que aparecen en la tabla que aquí se acompaña para comparar algunos de los resultados obtenidos por Jorge Juan y Antonio de Ulloa. No debe sorprender que las diferencias entre los lados sean siempre del mismo signo, pues el valor de la base fijado por el equipo de Ulloa era menor que el homólogo de Jorge Juan.

<i>Lados comunes</i>	<i>Jorge Juan (km)</i>	<i>Antonio de Ulloa</i>	<i>Δ(m)</i>
Chulapu-Chichichoco	25.76200	25.76085	1.15
Chichichoco-Guayama	13.20598	13.20230	3.68
Sisa-Pongo-Lanlanguso	25.61437	25.60801	6.36
Lanlanguso-Chusai	25.50133	26.49368	7.04
Chusai-Sinasaguan	26.50133	26.49368	7.65
Buerán-Surampalte	14.90437	14.90246	1.91
Surampalte-Torre de Cuenca	19.27967	19.27479	4.88



Nivel francés (anónimo) usado al parecer por Jorge Juan y Antonio de Ulloa en el Reino de Quito. Museo Naval (Madrid). La imagen ha sido cedida amablemente por la Fundación Jorge Juan.

No obstante, los cálculos del marino sevillano continuaron hasta hallar el valor del lado reducido al horizonte del vértice de menor altitud, haciendo intervenir los ángulos de depresión o elevación, para formar un triángulo cuyo tercer vértice sería el centro de la Tierra y resolverlo hasta hallar su base. Su compañero de armas Jorge Juan incluyó en su libro tales valores, dentro de la «Tabla de las distancias horizontales de unas Señales a otras, reducidas al nivel de la más baja» (pp. 246-248).

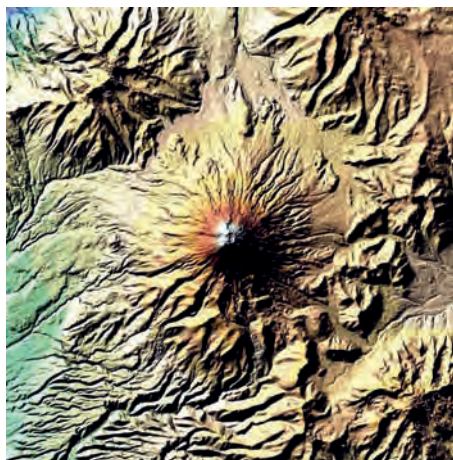
Los protagonistas más renombrados de la misión geodésica en el antiguo Reino de Quito fueron los encargados de dar cuenta de los trabajos realizados en sus dominios, ilustrando algunos de ellos con gráficos y mapas en los que naturalmente figuraba la triangulación. Así procedió, por ejemplo, Jorge Juan en sus *Observaciones astronómicas y físicas*, mostrando en él un esquema de la red de triángulos que ya ha sido referido y que figura reproducido junto a las demás imágenes

de estos comentarios. Antonio de Ulloa fue el encargado de incorporar en su celebrada *Relación histórica del viaje (...) a la América Meridional* (23) un verdadero mapa de la zona por la que discurrieron las redes triangulares de los dos equipos; el mapa era de tal tamaño que ocupó dos láminas, la XX y XXI. La extensa cartela del referido mapa, que va encuadrada entre un volcán en erupción (probablemente el Cotopaxi) y un conjunto de llamas, tiene el título siguiente: *Carta de la Meridiana medida en el Reino de Quito de Orden del rey Nuestro Señor para el conocimiento del valor de los grados terrestres, y Figura de la Tierra, por Don Jorge Juan y Don Antonio de Ulloa: concluida año de 1744*. El mapa lleva superpuestas, como información primordial, las redes geodésicas que observaron los dos equipos, junto a una nota aclaratoria que reza así: «Las líneas rectas seguidas denotan la serie de triángulos de D. Jorge Juan. Las líneas cortadas o hechas de pequeñas porciones, comprenden los

(23) No me resisto a dejar de transcribir un párrafo de su prólogo, que en cierto modo refleja el carácter de Ulloa: «Finalmente esperamos merecer del Público alguna consideración en recompensa de lo que hemos trabajado en su servicio, y los defectos del estilo tengan la disculpa de que no puede un marinero pasar por Orador, ni aspirar a numerarse en la clase de los Historiadores».

triángulos en que se distinguen las series de D. Jorge Juan y D. Antonio de Ulloa. Las de puntos los triángulos auxiliares». En el mapa se simboliza el relieve mediante el sistema de normales (aunque sean un tanto rudimentarias), para poner de manifiesto la gran altitud de la mayoría de los vértices de la red. También figuran representados la hidrografía, los cultivos, caminos y núcleos urbanos de diferente importancia: pueblos, anejos y haciendas; los signos convencionales de estos últimos eran un circulito, coronado por una cruz en los dos primeros casos. La orientación del mapa la marca la traza de la meridiana de Cuenca, que pasa por el símbolo cartográfico de la ciudad. Para la mejor lectura e interpretación del mapa, incorporaron Juan y Ulloa una escala gráfica de 10 leguas en el extremo más septentrional del mismo.

Los franceses hicieron lo propio, quizás con la salvedad de Louis Godin, que centró más su atención en las investigaciones astronómicas, de él es la obra *Observations astronomiques au Perou* (2 vols., París, 1752) (24). En cuanto a La Condamine, incluyó un esquema de la triangulación en su libro *Mesures des trois premiers degrés du méridien dans l'hémisphère austral* (París, 1751). El mapa es concretamente la segunda plancha del mismo, siendo su título *Carte de la Meridienne de Quito*, debiendo resaltar la importancia del perfil longitudinal con que lo acompaña, pues se señalan las altitudes de todos los vértices de la red. Finalmente, el mapa más completo es debido a Bouguer, la plancha VII de su obra *La Figure de la Terre*, ya citada. El mapa, que guarda cierto pareci-



Modelo digital tridimensional e hipsométrico del volcán Cotopaxi, formado a partir de las imágenes obtenidas por el transbordador *Endeavour* el 19 de febrero de 2000. En la parte inferior se muestra una imagen del lago que cubre su caldera, una elipse cuyos ejes son de unos 800 y 600 metros; su profundidad es próxima a los 200 m, y la altitud de su borde más elevado, de unos 5.898 metros.

(24) De él se conserva, al menos, un manuscrito en el Observatorio de París, cuyo título, traducido del original francés, es *Extracto de las operaciones geométricas y astronómicas realizadas en Perú, en los alrededores del ecuador para la medida del primer grado de latitud*. En la página que se ha seleccionado detalla la medida de la base formada por los vértices Oyambaro y Caraburu, indicando además que el desarrollo del grado en aquel lugar era de 56.800 toesas al nivel del mar.



Imagen de la maqueta de la Red Geodésica entre Quito y Cuenca. La base cartográfica fue la Carta de la Meridiana, incluida por Ulloa en su *Relación histórica del viaje (...) a la América Meridional*. Se presenta también un detalle de su zona más septentrional. La imagen de la maqueta ha sido amablemente cedida por la Fundación Jorge Juan.

do con el de Juan y Ulloa, lleva incorporada una cartela, con una extensa nota (25), en la que destaca su título, «Carte des Triangles de la Meridienne de Quito» y una escala gráfica con divisiones cada 10.000 toesas.

Las dos triangulaciones fueron una obra geodésica considerable, cuya grandiosidad puede contemplarse a escala 1:200000 en un modelo plástico que se conserva en el Museo Naval (Madrid) y que tiene unas dimensiones de 2 x 0,8 metros. El autor fue Eduardo Barrena Paul, siendo el título elegido el siguiente: «Maqueta del plano de la red de triangulación medida por Jorge Juan y Antonio de Ulloa en tierras americanas». La base cartográfica emplea-

(25) La traducción de la misma es la que sigue: «Donde la situación de la mayor parte de los lugares se apoya en las observaciones astronómicas y determinaciones geométricas del Sr. Godin, Bouguer y de La Condamine, de la Real Academia de Ciencias, enviados al Perú para la Medida de la Tierra, y a diversos ángulos de posición observados por el Sr. Antonio de Ulloa, uno de los Tenientes de Navío de Su Majestad Católica que han acompañado a los Académicos, con la Figura de la Tierra y el curso de los ríos particularmente reconocidos por el Sr. Verguin, Ingeniero de la Marina». Jean-Joseph Verguin fue el cartógrafo que acompañó a los expedicionarios franceses.

da fue precisamente la Carta Meridiana confeccionada por los dos protagonistas; de hecho se incluye en la maqueta una reproducción de la cartela de ese mapa.

Las nivelaciones

Siendo la triangulación un método genuinamente planimétrico, en el que solo eran imprescindibles las observaciones de los ángulos formados por las visuales que concurrían en cada uno de sus vértices, solía compaginarse con otro altimétrico, normalmente conocido como nivelación trigonométrica (26), que requería la medida de las inclinaciones de las mismas, es decir los ángulos verticales de elevación o depresión. Indirectamente ya ha sido referida esa manera de proceder cuando se trató de la modificación de los valores de los lados de la red triangular, para reducir estos al horizonte de los vértices de menor altitud.

No obstante, a todo lo largo de la expedición geodésica se empleó este tipo de nivelación atendiendo a su principal cometido: el cálculo del desnivel; el instrumento empleado fue el mismo cuarto de círculo con el que se efectuaron las otras medidas angulares de la triangulación. Realmente procedió así solamente el segundo equipo, tal como señala Jorge Juan antes de indicar los desniveles entre los diferentes vértices de la red de Ulloa. Sin embargo, los valores expresados solamente son aproximados, pues no se pudo concretar con el rigor debido el efecto de la refracción, especialmente relevante en este tipo de observaciones verticales; en cualquier caso es muy probable que se limitara el alcance de los errores cometidos al haber efectuado observaciones recíprocas, es decir desde los dos vértices involucrados.

Pero la utilidad de la nivelación iba más allá del mero cálculo del desnivel, si se tiene en cuenta que los valores de los lados sobre los diferentes horizon-



Louis Godin en el Observatorio de París.

(26) La nivelación trigonométrica es un procedimiento geodésico-topográfico que permite obtener la diferencia de altitudes entre dos puntos dados. El cálculo de esa diferencia (el desnivel) es indirecto, pues se logra a partir de la distancia entre ambos y de la inclinación de la recta que forman. La denominación proviene del empleo en el proceso de las razones trigonométricas de la citada inclinación.

Extrait des Opérations géométriques et
 Astronomiques faites au Pérou, aux environs
 de l'Equateur pour la mesure du Premier
 Degré de Latitude.


La Base fondamentale mesurée horizontale-
 ment entre Oyambaro et Caraburu, mesurée
 corrigée et apparente a été trouvée de
 6272 tois. 4 pieds. 3 pouces. 6 lignes.

Caraburu est élevé au dessus de la Surface de
 la Mer à très-peu près de 1328 tois. et il est plus
 bas que Oyambaro de 126 tois.

La Base mesurée est une horizontale qui passe
 par le tiers de la hauteur entre Caraburu et Oyam-
 baro ou au dessus de Caraburu de 42 tois. et
 par conséquent à 1370 tois. au dessus de la Mer.

Pour réduire cette Base au niveau de la Mer
 il faut en retrancher 2.^t 3.^p 8.^o 9.^z Et la Base
 horizontale mesurée réduite au niveau de la Mer
 sera de 6270.^t 8.^p 8.^z

Le vertical d'Oyambaro à Caraburu decline
 du Nord vers l'Ouest d'environ 20 degrés. Sur ce
 vertical et au niveau de la Mer le Degré terres-
 tre est de 56800 tois. à très-peu près. Donc à
 proportion les 6270.^t 8.^p 8.^z vaudront 6.^t 37.
 22" qui peut être en attendant regardé comme
 l'angle au centre de la Terre dont la Base est
 la sous-tendante.


 OBSERVATOIRE
 DE
 PARIS

Página del manuscrito conservado en el Observatorio de París. En ella se dan detalles sobre la medición de la base de Yaruqui.



Retrato de Bouguer obra de J.B. Perronneau. Museo del Louvre.

tes de los vértices tenían que reducirse a una superficie común o a un mismo nivel. Ulloa eligió, según indicaba Jorge Juan, como plano de referencia el del vértice Caraburu, que como se recordará era uno de los extremos de la base de Yaruqui, el cual suponía que se encontraba a 1.600 toesas sobre el nivel del mar (27), esto es, a poco más de 3.118 metros. Los valores así deducidos figuran en un listado (pp. 252-254) de las *Observaciones astronómicas y físicas*. Ese problema de la influencia del relieve terrestre en la reducción de las distancias es abordado con detenimiento por Jorge Juan, al final de la primera sección del libro VII incluido



Mapa con los triángulos del meridiano de Quito según P. Bouguer. *La figure de la Terre* (plancha VII. París, 1749).

(27) Jorge Juan añadió un comentario de gran interés, al indicar que Ulloa supuso «además que las perpendiculares tiradas al horizonte se unen todas en el centro de la Tierra, cuyo radio toma de 3269297 toesas (≈ 6371.860 km), que es el que da Cassini en su tomo de la Magnitud, y figura de la Tierra». Se estaba refiriendo Jorge Juan al libro *Traité de la Grandeur et de la Figure de la Terre* (1723), publicado en Ámsterdam por Cassini II (Jacques Cassini), anteriormente citado.



El libro más señalado de Cassini II, básico para comprender mejor la historia de la geodesia, el cual fue repetidamente consultado por Jorge Juan.

en la obra anterior. Allí afirma con rotundidad que todas ellas estaban en «distintos planos paralelos al horizonte; y es preciso reducirlas a un mismo plano: y como el nivel del mar (28) le hayan tomado todos los Autores por la superficie de la Tierra, sería este plano al que se deben reducir (29); pero para ello, es preciso inquirir primero las elevaciones de las Señales sobre la superficie del Mar».

Con esta cuestión, tan asociada al difícil conocimiento de la altitud, surgió otra controversia entre los propios expedicionarios franceses, pues unos se decantaban por hallarla de una manera más o menos rigurosa, mientras que otros proponían un modo más expeditivo pero que proporcionaba exactitud más que suficiente para lo que se pretendía hacer. Los primeros fueron Bouguer y La Condamine, que pretendían hacer una nivelación trigonométrica, una vez prolongada la red geodésica hasta el mar, para enlazar de ese modo con la superficie origen de las altitudes. Godin, en cambio, defendía la solución barométrica, mucho menos costosa y complicada, que no requería solucionar los siempre engorrosos

(28) Al parecer fue Pascal uno de los primeros en afirmar como todo el mar está precisamente al mismo nivel, es decir, igualmente distante del centro de la Tierra en todos sus puntos. G. D. Cassini, el primer director del Observatorio de París, fue el que adoptó el nivel del mar como origen de altitudes, generalizando así la definición anterior. Aparece pues el mar como una superficie geométrica precisa sobre la que se apoya el relieve y a la que hay que referir las medidas efectuadas sobre aquel. Realmente el nivel medio del mar es una superficie equipotencial del campo gravitatorio terrestre, que se conoce con el nombre de geoide. Su discrepancia máxima con el elipsoide de revolución, asociado a la Tierra, es del orden de los 100 metros. Las cartas del geoide lo representan sobre un elipsoide dado, destacándose en la misma una serie de curvas que son el lugar geométrico de los puntos en que es idéntica la separación entre ambas superficies.

(29) Como complemento a la opinión de Jorge Juan, parece oportuno abrir un paréntesis para indicar que en el proceso matemático que culmina con la obtención de la imagen cartográfica del territorio se hace abstracción del relieve; simplemente se rotula la altitud al lado del punto del mapa que representa a su homólogo del terreno, con la matización importante de que, antes de hacer el mapa, se supone proyectada, o reducida, la superficie topográfica sobre cualquiera de los dos modelos matemáticos (esfera o elipsoide de revolución), dependiendo el resultado obtenido de las altitudes de los puntos involucrados, como se acaba de indicar.

problemas de intervisibilidad de las señales (30). Un procedimiento que por supuesto reconocía menos fiable que el método propuesto por sus compatriotas, aunque insistiera en que a costa de un precio demasiado alto.

De hecho ya había practicado algunas pruebas con Jorge Juan, según aclara perfectamente este último: «Para esta operación tuvimos siempre presente, en toda la medida de triángulos, el ligar las Señales con el Mar, por medio de otros triángulos; mas no se pudo esto conseguir por lo distante que estaba aquel, por lo montuoso, y quebrado del País, y por las muchas Nubes, que impedían continuamente el verle. Sin embargo de no haber conseguido este designio, el Barómetro discurro da la determinación más justa de lo que se necesita para semejante operación, puesto que 100 toesas de diferencia en la altura de las Señales no causa yerro en el cálculo». Jorge da cuenta, acto seguido, del modo en que se podría calcular el desnivel entre dos vértices dados y, por tanto, la altitud de uno en función del otro. Los conocimientos de Jorge Juan sobre la nivelación barométrica quedan reflejados en su estudio «De las experiencias del barómetro simple, de las cuales se deduce la ley de la dilatación del aire, y el método de hallar la altura de los Montes», el libro V de su obra *Observaciones astronómicas y físicas*.

Para ello se apoya en un triángulo cuyos vértices son dos de la triangulación y el tercero el centro de la Tierra, el ABT de la figura siguiente. Trazando por A una recta que divide al triángulo anterior en otros dos, de manera que el mayor sea isósceles. Calculando el ángulo ω como diferencia entre 180° y la suma de los ángulos α y β , podría hallarse el valor del ángulo δ y θ ; tanto α como β son evidentes a la vista de la elevación y depresión de la visual. Puede entonces resolverse el triángulo menor AEB, en donde EB es el desnivel del vértice B con relación al vértice A, y AB es la longitud del lado en cuestión. Planteando la cuestión en términos modernos, se demuestra sin dificultad que el desnivel EB se puede expresar como el cociente:

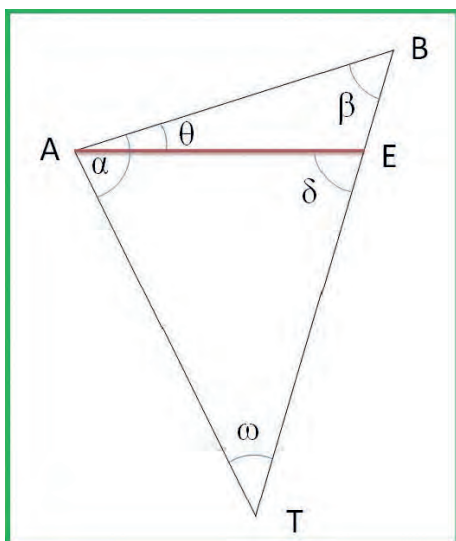
$$AB \operatorname{sen} \{(\alpha/2) - (\beta/2)\} / \operatorname{sen} \{(\alpha/2) + (\beta/2)\}$$

Jorge Juan usó como altitud de partida la de la ciudad de Cuenca, la cual había determinado barométricamente (31). Finalmente incluyó la tabla que se adjunta (32) con las altitudes de los vértices occidentales, referidas al nivel del mar.

(30) Su escrito a Bouguer (2 de mayo de 1739), desde el mismo vértice Sinazanan ya referido, rezuma cierto sarcasmo: «Sí, Señor, considero como una cosa necesaria para la precisión de nuestra obra saber la altura de las estaciones sobre el nivel del mar; pero no creo que el medio que usted me propone sea el más exacto; la razón de ello es que no he examinado los otros que podrían ejecutarse ¿Lo cree usted, por ejemplo, exacto en 100 toesas aproximadamente?. Ello produciría 2 toesas de incertidumbre en la magnitud del grado». Traducción de A. Lafuente y A. Mazuecos: *Los caballeros del Punto Fijo* (1987).

(31) Más adelante incluyó Jorge Juan una nota señalando que la altitud de Cuenca sobre la superficie del mar era de 1.402 toesas (≈ 2.732 m), a la que añadió luego la altura de la torre de la iglesia Mayor, «que es la que servía de Señal», para llegar al valor final de 1.414 toesas (≈ 2.756 m).

(32) Como en otras ocasiones se ha añadido la equivalencia métrica para tener una idea más ajustada de la difícil orografía del terreno.



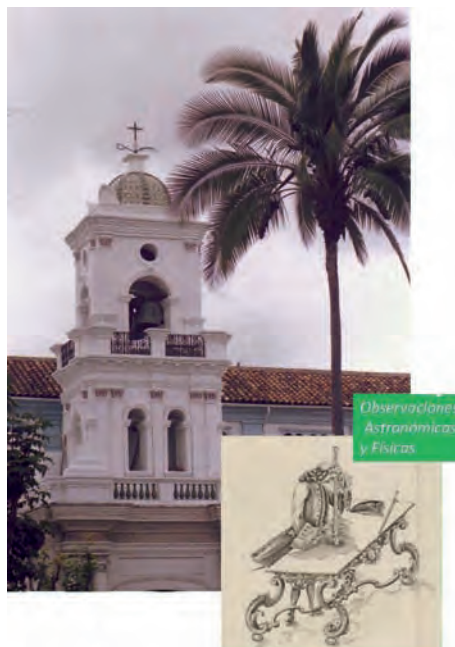
Cálculo de la altitud de un vértice en función de la del otro.

Al tiempo que fijaba Jorge Juan la altitud de Cuenca, indicaba las más señaladas del país con unos comentarios que me han parecido dignos de ser transcritos, por referirse a su comparación con las altitudes conocidas por aquel entonces en Europa y por evidenciar lo lejos que estaba aún la cuantificación rigurosa del relieve terrestre, habida cuenta la dispersión de los errores cometidos: «Las 2.471,5 toesas de este Cerro —se refiere al Pichincha— hacen más de dos millas y media; altura mayor, que cualquiera de las que conocemos en Europa: porque aunque Estrabón, Kircher, Riccioli, y otros varios autores nos dan alturas de montes mucho mayores, parece que no les podemos dar entero crédito; lo primero, por no haber hecho sus cálculos con la justificación, que se debía; y lo

Tabla de las altitudes de las señales occidentales de las series de triángulos sobre la superficie del mar		
<i>Vértices</i>	<i>Toesas</i>	<i>Metros</i>
Mira	1.333,6	2.599,2
Cuicocha	2.128,3	4.148,1
Campanario	1.901,1	3.705,2
Guapulo	1.619,6	3.156,6
Corazón	2.298,1	4.479,0
Milín	1.878,9	3.662,0
Chulapu	2.038,0	3.972,1
Chichichoco	1.909,2	3.721,0
Guayama	2.329,0	4.539,2
Sisa-Pongo	2.180,8	4.250,4
Lanlanguso	2.319,0	4.519,7
Chusai	2.040,6	3.977,1
Sinasaguan	2.419,1	4.714,8
Buerán	2.061,5	4.017,9
Surampalte	1.903,8	3.710,5
La Torre de Cuenca	1.414,4	2.755,9

segundo, porque últimamente se han medido varios montes de los más elevados de Europa geoméricamente sobre la superficie del mar, y no se han

encontrado de tal elevación. Según M. Cassini, el Canigou, o de otra suerte el Canigo en los Pirineos es de 1.440 toesas. Los más altos montes, que se conocen en Europa son los de los Cantones: en el de Berna, según las Philosophicas Transacciones número 406, se halla el llamado Gemmi, que medido geoméricamente, se halló de 1.685 toesas. Según el P. Feuillée (33) el pico de Tenerife tiene de altura 2.139 toesas, que ya es mucho mayor, que las antecedentes de Europa; pero sin embargo no llega a la de Pichincha. La eminencia de este cerro debe parecer según esto excesiva a los Europeos; y mucho más la del Chimborazo (34), cerro nevado continuamente, y próximo a la villa de Riobamba, que según mi cómputo tiene altura sobre la superficie del mar 3.380 toesas, que hacen más de legua Marítima».



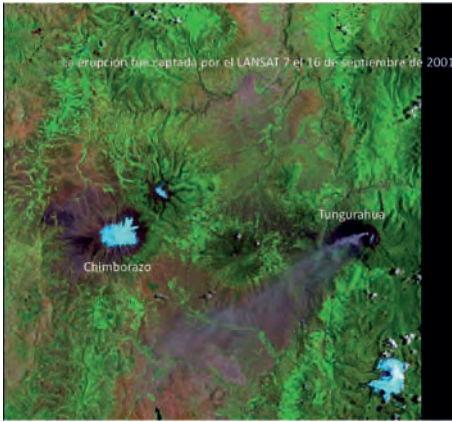
Los complementos astronómicos

Como el fin último de la triangulación geodésica entre Quito y Cuenca no era otro que contribuir al mejor conocimiento de la figura y tamaño de la Tierra, parece obligado analizar, aunque sea con menos detenimiento, los principales aspectos de su aplicación. Dos son las áreas implicadas en ese tipo de estudio; por una lado, la geodesia y la topografía, que permiten deducir el desarrollo del arco de meridiano comprendido entre los dos extremos de la red triangular, y por otra parte, la astronomía de posición, que posibilita la deter-

Torre de la iglesia del Sagrario, también conocida como Catedral vieja desde que Cuenca se convirtiera en obispado a finales del siglo XVIII. Durante la expedición geodésica era conocida como iglesia Mayor o de los Españoles, sirviendo su torre como vértice de la triangulación. Al parecer se desplomó por un terremoto en 1755 y fue reconstruida en 1868. En la actualidad tiene una placa que recuerda indirectamente la citada expedición, asegurando que la torre es más célebre que las pirámides de Egipto.

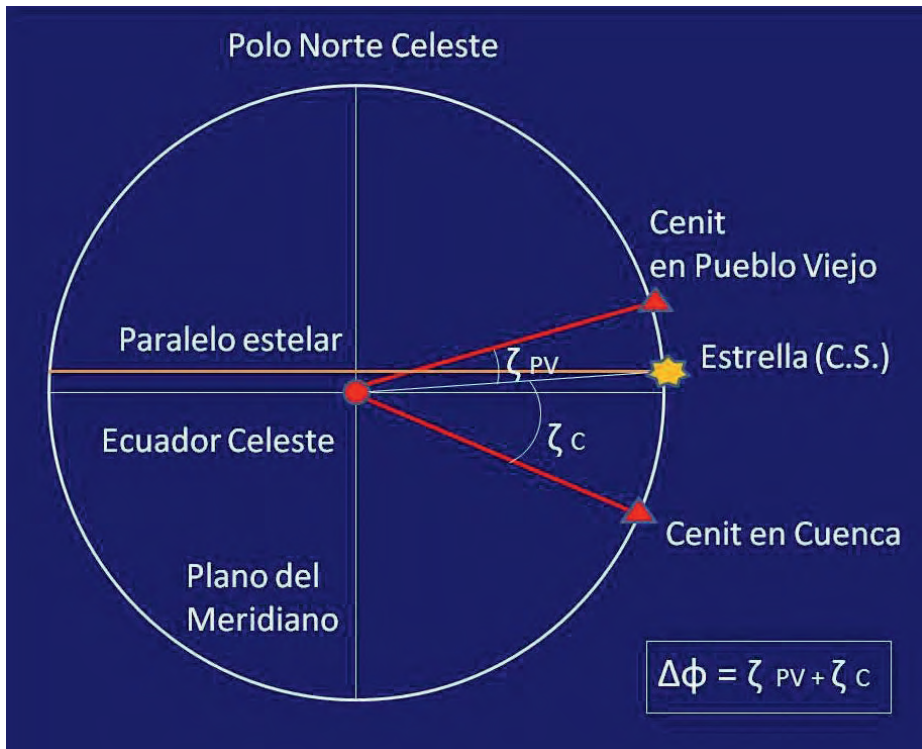
(33) Este abad francés de la Orden de los Mínimos fue enviado a Canarias por la Academia de Ciencias, en 1724, para fijar exactamente el meridiano de la isla de El Hierro como posible origen de longitudes.

(34) Como curiosidad recordaré que el Chimborazo, con una altitud próxima a los 6.310 metros, fue considerado durante años, la montaña más alta del mundo, hasta que fue desbancado por el pico Everest. En cambio, su cumbre dista más del centro de la Tierra que la de la montaña del Himalaya, precisamente por el abultamiento ecuatorial, una circunstancia que permite seguir colocándolo en lo más alto del pedestal.



Volcanes en el Ecuador: Chimborazo y Tungurahua, en erupción.

minación de las latitudes de los mismos y por tanto la amplitud angular del arco considerado. Ya es sabido que dividiendo el primero por los grados del segundo se obtiene el desarrollo de uno de ellos, y por tanto una idea bastante aproximada de las dimensiones de la Tierra. La cuestión de la forma es más complicada, pues se requiere la intervención de un nuevo arco medido en otras latitudes. De la comparación entre ambos surgen unos sistemas de ecuaciones cuya resolución permite hallar los valores de los dos semiejes, polar y ecuatorial, del elipsoide terrestre y, por tanto, el valor de su aplastamiento, esto es, su forma.



La amplitud angular del arco como suma de latitudes o de distancias cenitales de una estrella en su culminación superior.

No obstante, el concurso de la astronomía también es preciso para calcular el desarrollo del arco meridional, pues la triangulación no discurre exactamente por el mismo meridiano y sus vértices extremos raramente pertenecen al mismo. La astronomía geodésica (de posición o esférica) soluciona ese problema hallando el acimut de uno de sus lados, es decir, el ángulo que forma con la dirección del meridiano, medido sobre un plano horizontal. De esa forma podría proyectarse dicho lado sobre la meridiana y calcular el segmento correspondiente, el cual coincidiría con la separación existente entre los dos paralelos que lo limitan. Esos van a ser por tanto los dos aspectos fundamentales que se van a desarrollar a continuación.

La orientación de la red, esto es, el acimut de todos sus lados, se consiguió a partir del que tenía el Sol en varios de sus vértices, al mismo tiempo que se medía el ángulo formado por el vértice en que se realizaba la estación astronómica y otro dado. Procediendo así, se podría hallar el acimut de ese lado de la triangulación y transportarlo luego al resto de los triángulos mediante los ángulos de todos ellos. La primera observación astronómica de ese tipo la realizó Godin el 25 de noviembre del año 1736, en el vértice Oyambaro (uno de los extremos de la base de Yaruqui), hallando para la altura del centro del disco solar el valor de $11^{\circ} 40' 55''$. Para obtener el acimut del Sol necesitó también su declinación, la cual obtuvo interpolando en las tablas correspondientes para la hora de la observación; asimismo tuvo que apoyarse en la latitud de la estación, cifrada en $0^{\circ} 11' 20''$. Usando la terminología actual, se podría decir que con tales datos resolvió el triángulo de posición sobre la esfera celeste, considerando como incógnita el ángulo en el cenit, aplicando para ello la fórmula siguiente (35):

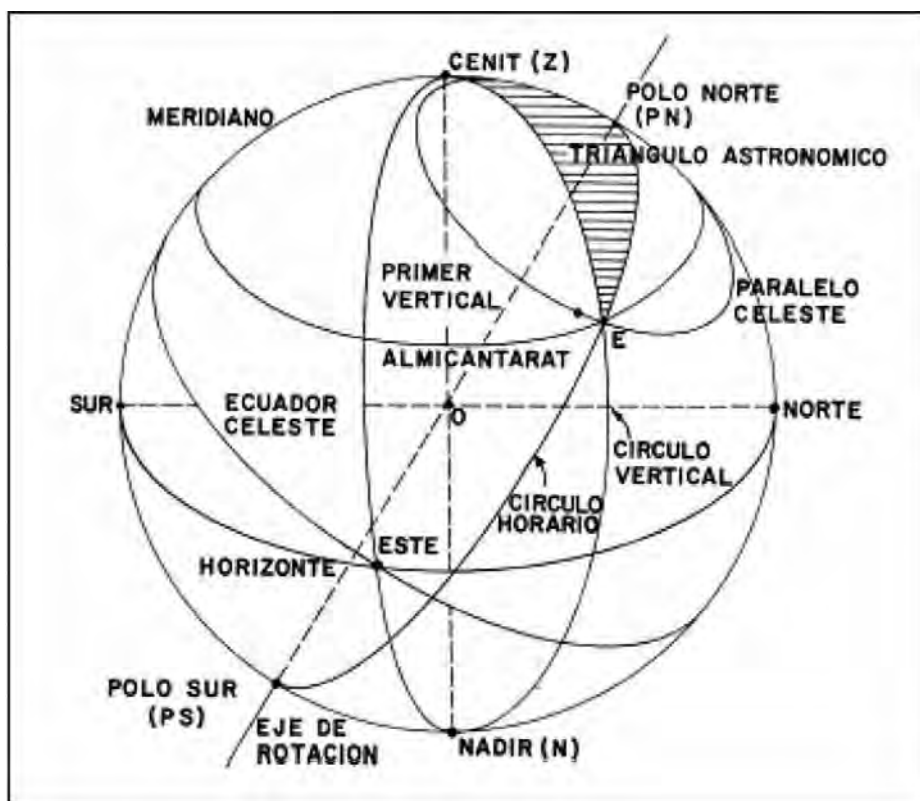
$$\operatorname{tg} A = - \frac{\cos \delta \operatorname{sen} h}{\operatorname{sen} \delta \cos \phi - \cos \delta \operatorname{sen} \phi \operatorname{cosh}}$$

en donde A representa el acimut (36) del Sol, δ su declinación, h el ángulo horario (dependiente de la hora de observación) y ϕ la latitud de la estación astronómica. En todas las observaciones de este tipo efectuaron las oportunas correcciones debidas a la siempre temible refracción atmosférica.

El valor obtenido para el acimut del Sol fue de $68^{\circ} 41' 08''$, de manera que sumándole el ángulo formado por el Sol, Oyambaro y Pambamarca, previamente medido, se obtuvo el acimut del lado materializado por esos dos vértices $44^{\circ} 10' 44''$. Con objeto de aumentar la fiabilidad del resultado, efectuó Godin una nueva observación solar al día siguiente y desde la misma estación,

(35) En realidad, el proceso de cálculo seguido por los expedicionarios fue mucho más laborioso, ya que en aquella época no contaban con los medios suficientes para hallar el acimut por un procedimiento tan directo.

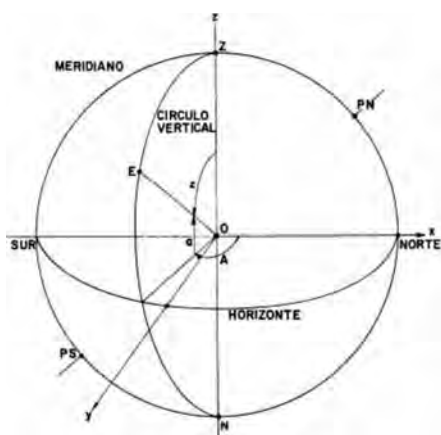
(36) Generalmente el acimut astronómico se medía tomando como origen el sur, aunque después se adoptase definitivamente el norte.



La esfera celeste con el triángulo de posición, E representa la proyección del Sol sobre la misma. En la imagen siguiente figuran las dos coordenadas horizontales del Sol: altura sobre el horizonte (a) y acimut (A).

llegando al valor de $44^{\circ} 11' 30''$; la discrepancia observada entra dentro de los límites esperados al usar semejante procedimiento. A modo de comprobación, el propio Godin, con Juan y Ulloa, hizo otras observaciones en años venideros para mejorar la orientación de la red. Los lados y fechas elegidas son las siguientes: Ssegún-Lanlanguso (21.02.1739), Yasuai-Buerán (8.07.1739) y Campanario-Cosín (20.02.1744).

Jorge Juan comentaba al tratar de esta cuestión: «Estas cinco inclinaciones —se refería a los acimutes de los lados— no son suficientes para calcular todas las distancias entre los paralelos de las Señales: es preciso saber todas las inclinaciones de los lados occidentales de la Serie de triángulos; las cuales se pueden deducir, añadiendo a una inclinación dada la suma de los tres ángulos, formados en una señal, y tomando el suplemento (...) pero es necesario advertir, que los tres ángulos, que se han de agregar, han de ser reducidos a horizontales; por lo que es preciso, para obtener las inclinaciones de todos los lados occidentales, reducir todos los ángulos formados en las Señales occidentales a horizontales».



Se plantea de nuevo otra tarea añadida, al medirse el acimut sobre el plano del horizonte astronómico y haberse obtenido los ángulos en los vértices sobre el propio plano del cuadrante, y es que la aparente ventaja que tenía ese instrumento (poder medir ángulos en cualquier plano) se transformaba en inconveniente, pues tales ángulos no podían intervenir (sin ser modificados) en el proceso del transporte de los acimutes. Jorge Juan detalla el procedimiento trigonométrico seguido para reducir todos los ángulos de su serie, una operación no exenta de dificultades que requería conocimientos de geometría esférica (37). Tras calcular todos los nuevos ángulos y efectuar la referida corrida de acimutes, incluyó Jorge Juan la tabla adjunta, referida como es notorio a los lados occidentales de su serie triangular:

<i>Lados</i>	<i>Acimutes</i>	<i>Observaciones</i>
Mira-Cuicocha	54° 11' 07"	Del S al O
Cuicocha-Campanario	24° 47' 43"	
Campanario-Guapulo	06° 00' 29"	Del S al E
Guapulo-Corazón	28° 36' 40"	Del S al O
Corazón- Milín	10° 28' 26"	
Milín-Chulapu	12° 25' 34.5"	Del S al E
Chulapu-Chichichoco	06° 40' 44.5"	Del S al O
Chichichoco-Guayama	17° 16' 41.5"	Del S al E
Guayama-Sisa-Pongo	42° 42' 09.5"	Del S al O
Sisa-Pongo-Lanlanguso	00° 16' 04.5"	Del S al E
Lanlanguso-Chusai	14° 28' 31"	Del S al O
Chusai-Sinasaguan	11° 24' 42"	Del S al E
Sinasaguan-Buerán	23° 08' 31"	Del S al O
Buerán-Surampalte	19° 54' 04"	
Surampalte- Torre de Cuenca	09° 39' 46"	

(37) Posteriormente los goniómetros se construyeron para que tan sólo pudiesen medir ángulos situados sobre planos horizontales o verticales.

El siguiente paso es calcular la distancia entre los paralelos de las señales, un sencillo ejercicio de trigonometría esférica en el que ha de resolverse un triángulo rectángulo formado por el propio lado, como hipotenusa, el segmento comprendido entre los dos paralelos que pasan por los extremos del mismo y un tercero que es un arco máximo que pasando por un extremo del lado es perpendicular al meridiano del otro. Jorge Juan lo va resolviendo en cada caso apoyándose en una proyección estereográfica de la esfera terrestre. Finalmente procedió a reducir los valores así obtenidos al nivel del mar, pues los hallados se referían al plano horizontal de la señal de menor altitud, haciendo uso de las altitudes que previamente había determinado y que se han indicado en el último cuadro del epígrafe anterior. La tabla que recoge los valores así obtenidos es la siguiente:

Tabla de las distancias entre los paralelos de las Señales Occidentales de la Serie de triángulos reducidas al Nivel del mar	
<i>Lados</i>	<i>Toesas</i>
Pueblo-Viejo-Cuicocha	11.939,543
Cuicocha-Campanario	21.311,361
Campanario-Guapulo	8.646,056
Guapulo-Corazón	19.263,033
Corazón-Milín	18.843,543
Milín-Chulapu	16.363,909
Chulapu-Chichichoco	13.119,843
Chichichoco-Guayama	6.452,203
Guayama-Sisa-Pongo	12.134,901
Sisa-Pongo-Lanlanguso	13.132,451
Lanlanguso-Chusai	12.513,288
Chusai-Sinasaguan	13.314,369
Sinasaguan-Buerán	11.656,587
Buerán-Surampalte	7.184,656
Surampalte- Observatorio de Cuenca	9.849,659
<i>Suma</i>	195.725,397

De forma tal que esa suma, equivalente a unos 381.469 kilómetros, resultó ser el desarrollo del arco de meridiano comprendido entre los dos observatorios instalados en Pueblo Viejo y Cuenca.

Asimismo da cuenta Jorge Juan de las observaciones astronómicas del otro equipo, para hallar los acimutes de los lados de su triangulación. No obstante, señala que Ulloa utilizó las tres primeras orientaciones por el Sol que acaban de ser mencionadas, si bien llegó a resultados ligeramente diferentes por haber elegido otra vía de cálculo: unos 40" en las dos primeras y tan solo 4" en la tercera. Ulloa realizó además otras observaciones al Sol, junto a Bouguer y La Condamine. Concretamente el día 29 de septiembre de 1738, desde el vértice Chichichoco, para hallar el acimut del lado formado por él y Guayama; constatándose que el Sol estaba recién salido a tenor de la poca altura del centro de



Jorge Juan. La imagen es un grabado de Manuel Salvador Carmona.

su disco: $1^{\circ} 10'$. Con análogo procedimiento al que ha sido descrito obtuvo finalmente el acimut de ese lado ($17^{\circ} 17' 18''$ sur al este), basándose en el ángulo formado por él y el centro del sol.

El día 20 de octubre observaron, por el contrario, el ocaso del sol desde el vértice Ilmal, midiendo durante la operación el ángulo formado por el sol y el lado formado por Mulmul y el vértice anterior, de modo que pudieron obtener el acimut del mismo ($1^{\circ} 08' 31''$ norte al oeste). Al día siguiente volvieron a calcular, desde la misma estación, el acimut del sol, en esta ocasión próximo a su ocaso. El resultado obtenido para el acimut del lado de la triangulación fue prácticamente el mismo: $1^{\circ} 8'$. Jorge Juan transcribe a continuación toda la corrida de acimutes efectuada por Ulloa, con la intervención de los ángulos horizontales de la red, para indicar después la orientación del

resto de lados de su serie de triángulos; las inclinaciones de los lados respecto del meridiano, según la terminología de aquella época.

El proceso seguido para calcular el desarrollo del meridiano es en todo análogo al ya sabido, como se encarga de subrayar Jorge Juan, el cual añade que la comprensión de los datos que se proporcionan en la tabla siguiente requiere la aclaración siguiente: «Que desde el paralelo de Cuicocha al de la Señal de Mira se hallan 12.128,372 toesas, de cuya distancia se han sustraído 170,62, que esta Señal se halla más al Septentrion, que el Observatorio de Pueblo viejo; y asimismo, que de la de Surampalte a la Torre de Cuenca se hallan 97.936,791 toesas, a cuya distancia se han añadido 114,853, que la Torre está la Septentrion del otro Observatorio». No obstante, una vez relacionados trata de explicar también el por qué de las discrepancias observadas, que en ningún modo consideraba tolerables (38), aunque lo expresara con su habitual habilidad. El origen del desacuerdo estaba en la referencia elegida para reducir las distancias, ya que el segundo equipo prefirió el horizonte del vértice Caraburu (un extremo de la base de Yaruqui) al contrario que el primero que se decantaron, con evidente acierto, por el nivel del mar.

(38) La diferencia entre los desarrollos asignados al arco de meridiano era de 91.684 toesas, lo que supone casi 470 p.p.m.



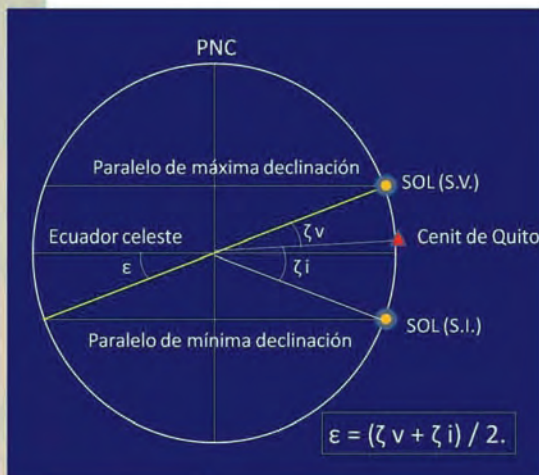
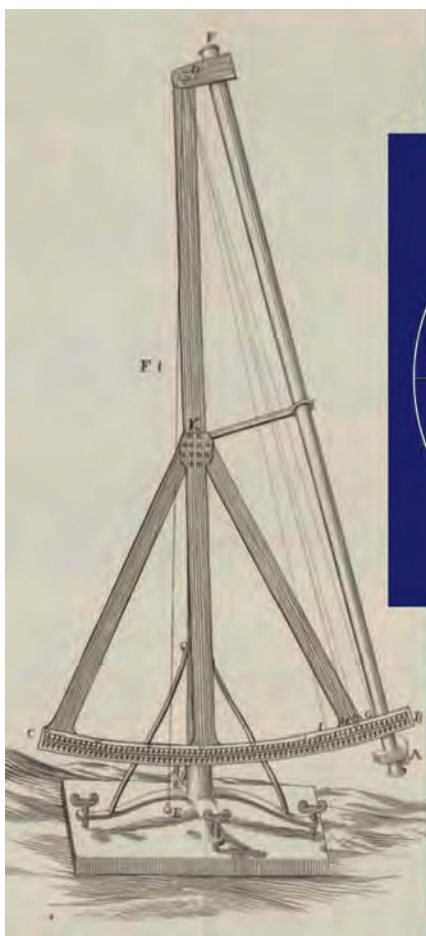
Antonio de Ulloa. La imagen es un cuadro que se conserva en el Museo Naval.

La explicación de Jorge Juan es del todo elocuente: «Esta suposición se aleja algo de lo verídico (...), pero no pudo sin embargo haber producido yerro de momento donde se empleó, porque el exceso que en esta altura hubiere, equivale a la suposición de tomar de igual cantidad mayor el radio de la Tierra, en la que 400, ó 500 toesas más, o menos no produce yerro sensible, en la reducción de los lados a horizontales; pero en el caso presente donde necesitamos reducir la suma concluida al nivel del mar, es preciso poner en ello mayor atención».

Pero Jorge Juan fue aún más lejos pues calculó la corrección debida a esa circunstancia, cuya magnitud fijó en 76.485 toesas, una

Tabla de las distancias entre los paralelos de las Señales Occidentales de la Meridiana	
<i>Lados</i>	<i>Toesas</i>
Pueblo-Viejo-Cuicocha	11.957,752
Cuicocha-Campanario	21.323,270
Campanario-Guapulo	8.655,453
Guapulo-Corazón	19.275,239
Corazón-Milín	18.850,289
Milín-Chulapu	16.370,076
Chulapu-Chichichoco	13.125,317
Chichichoco-Guayama	6.454,071
Guayama-Sisa-Pongo	12.138,182
Sisa-Pongo-Lanlanguso	13.134,390
Lanlanguso-Chusai	12.514,538
Chusai-Sinasaguan	13.315,348
Sinasaguan-Buerán	11.659,234
Buerán-Surampalte	7.187,278
Surampalte- Observatorio de Cuenca	9.851,644
<i>Suma</i>	195.817,081

cantidad que si se resta de la suma de 195.817,081 proporcionaría un valor más ajustado para «la distancia entre los paralelos de los dos Observatorios reducida al nivel del mar, 195.747,596». Sin embargo, todavía se podía aumentar la exactitud del resultado, ya que Bouguer había fijado la base de



Sector astronómico construido por George Graham y empleado por los académicos para medir la oblicuidad de la eclíptica durante la misión geodésica al virreinato del Perú (*Observaciones astronómicas y físicas*). En la sección meridional de la esfera celeste se constata que el ángulo es la media de las dos distancias cenitales observadas.

Yaruqui con un error por defecto de nueve pulgadas. De manera que reduciendo el valor corregido de la suma, en la parte alícuota, se llegaría a 195.743,697 toesas, «que no difiere de mi determinación dada en la Sección antecedente, más que en 18,3 toesas», concluía Jorge Juan. La coherencia de los dos resultados permitió promediarlos para fijar en 195.734,547 toesas (≈ 381.487 m) el desarrollo del arco del meridiano comprendido entre Cuenca y Pueblo Viejo.

Esta medida de la Tierra, la más conocida de todas las realizadas, terminó con el cálculo de la amplitud angular del arco anterior, gracias a la determina-

ción de la diferencia de latitudes de sus dos extremos. Las observaciones astronómicas pertinentes requerían una instrumentación específica con la que lograr resultados altamente fiables (39). En un principio se pensó en usar el sector astronómico que Godin había adquirido en Londres y que emplearon los expedicionarios para medir la oblicuidad de la eclíptica (40). El sector, construido por el inglés George Graham, tenía un radio de 12 pies, es decir poco más de tres metros y medio, y una amplitud de 30°, estando su limbo graduado en grados, minutos y segundos.

Sin embargo, pronto decidieron que se debía construir uno nuevo que ofreciera mayores garantías, pues como decía Jorge Juan «se tuvo por conveniente no hacer uso de él en estas observaciones, que piden se emplee la mayor delicadeza; a causa, que según el arco ya medido cinco segundos de yerro en ellas hubieran producido el de 22 toesas en la medida del grado». El inconveniente mayor que presentaba el instrumento era la excesiva longitud de la barra de hierro con que contaba, que al estar mal sujeta oscilaba al menor movimiento y dificultaba las lecturas sobre el limbo.

El instrumento en cuestión sería similar al sector cenital que había fabricado Graham (41), en 1727, para James Bradley, es decir con poca amplitud y un gran radio (42). Godin ideó uno con 20 pies de radio, pero presentó defectos análogos a los del primero y hubo que desecharlo tras las anomalías que presentó durante las observaciones realizadas en Cuenca por él, por Jorge Juan y por Antonio de Ulloa, a finales del año 1739. Los detalles que justificaban la decisión se refieren en las *Observaciones astronómicas y físicas* (Página 271): «... a causa de la gran longitud del Instrumento, que le hacía flexible; y como su flexibilidad no era igual en todas las ocasiones, que se movía el Instrumento, se seguía precisa diferencia en él; y por consiguiente en las Observaciones, las cuales nos fue preciso abandonar, igualmente que el Instrumento, y dedicarnos a idear otro, que las diera más justificadas».

(39) Para hacerse una idea de su importancia baste recordar que la incertidumbre de tan sólo un minuto se traduce en un desplazamiento de una milla náutica, poco más de 1.852 metros, sobre la esfera terrestre.

(40) Jorge Juan comienza sus *Observaciones astronómicas y físicas* con la determinación de ese ángulo, la cual logra promediando las distancias cenitales del sol durante los dos solsticios en el instante de su culminación superior. Una vez corregidos los resultados por los efectos de la refracción, señaló que el valor hallado (a finales de marzo de 1737) fue de 23° 28' 20,6".

(41) El instrumento astronómico diseñado por Graham fue determinante para el descubrimiento de la aberración de la luz por parte de James Bradley. Él mismo reivindicaba la importancia de su labor con estas palabras: «Estoy convencido de que, en el caso de que mis esfuerzos hayan servido en alguna medida al avance de la Astronomía, esto se ha debido principalmente al consejo y asistencia que he recibido de nuestro valioso miembro M. George Graham (se refería a la Royal Society), cuyas grandes aptitudes y capacidad para tratar de las cuestiones de la Mecánica, unidas a su completo conocimiento práctico de los usos de los instrumentos astronómicos, le permitieron llevar a cabo dichas tareas de la manera más perfecta» (*Transactions Philosophical*).

(42) De esa forma se podían hacer lecturas muy exactas sobre el limbo del instrumento.

El instrumento definitivo se ultimó pasados unos días y era tan sensible que pudieron apreciar los efectos de la aberración anual (43). Las tres estrellas elegidas para las futuras observaciones pertenecían a las constelaciones de Orión (ϵ), Antinous (θ) (44) y Acuario (α). Tras las dudas surgidas al principio, Bouguer y La Condamine comprobaron la bondad sector recién construido, al efectuar sus propias observaciones y constatar fehacientemente el movimiento de la primera estrella citada. Jorge Juan hizo una descripción extensa del instrumento, que conservaba el radio de 20 pies, aunque en esta ocasión se aseguraran de eliminar la flexibilidad de que adolecían los modelos anteriores, embutiendo y fijando una barra de hierro en una pieza de madera con ese largo y un grueso de seis pulgadas (45).

Aunque la amplitud del limbo fuera pequeña, resultaba suficiente para poder medir la distancia cenital de las estrellas en el instante de la culminación superior sobre el meridiano del lugar. La descripción que hacía Jorge Juan no ofrece lugar a dudas: «... de suerte que estando el antejo en medio del instrumento, formaba con el aplomo un ángulo, igual a la distancia de las Estrellas al Cenit (...) y para que quedase todo el cuerpo del Instrumento al mismo tiempo en el propio plano del Meridiano (...) hasta que la estrella pasase por el hilo vertical del antejo, cuando se hallaba exactamente en el Meridiano». La hora de paso se fijó por el método de las alturas correspondientes, semejante al empleado con el sol durante las observaciones para calcular la longitud de diversos lugares (46).

La puesta en estación de este sector cenital requirió una serie de medidas preliminares de gran sutileza y muy bien descritas por Jorge Juan (pp. 272-277).

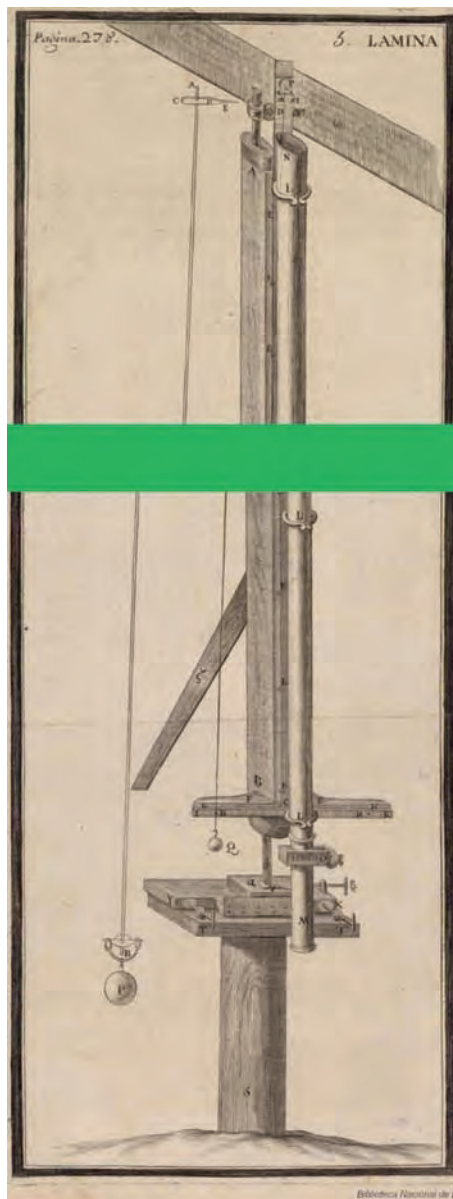
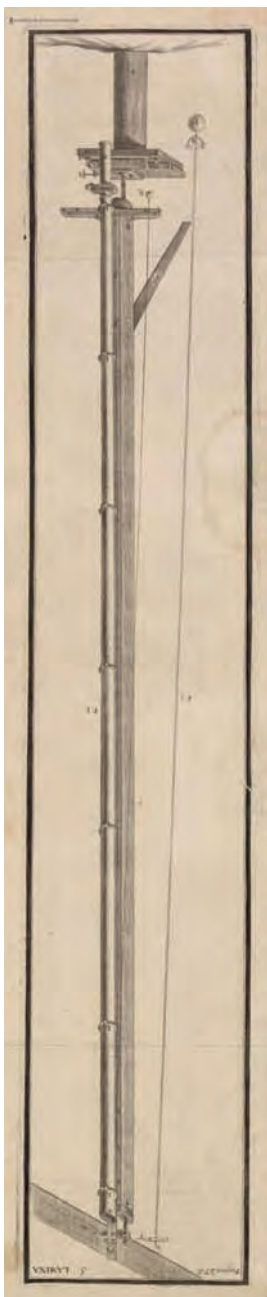
Ultimadas todas ellas se realizaron las primeras observaciones estelares durante los meses de agosto y septiembre del año 1740. El primer lugar elegido fue el Observatorio de Cuenca, interviniendo en la observación Godin, el propio Juan y Ulloa. La selección de las tres estrellas citadas obedeció a que culminaban en las proximidades del cenit, por minimizarse así el efecto de la refracción atmosférica. Los resultados de la operación fueron analizados con detenimiento de acuerdo con la reciente teoría de la aberración que había elaborado Bradley, manifestando Jorge Juan que no todas las observaciones

(43) La aberración es un fenómeno astronómico cuya principal manifestación es que la estrella observada parece describir una elipse semejante a la que describe la Tierra anualmente en torno al sol. La explicación se apoya en el hecho de que la velocidad de traslación de ésta no es del todo despreciable en relación con la de la luz.

(44) Esta constelación, dedicada al amante del emperador Adriano, fue introducida en los globos celestes por Mercator. Sin embargo, años después se integró definitivamente en la del águila, por iniciativa del astrónomo alemán Johann Bode.

(45) Con ese mismo instrumento se realizaron también observaciones astronómicas para calcular la latitud del Observatorio de Pueblo Viejo y del de Cuenca. La del primero resultó ser de poco más de 32° N, mientras que la del segundo se fijó en torno a los 2° 54' S.

(46) El lector interesado puede consultar el artículo «Las medidas de la longitud realizadas por Jorge Juan y Antonio de Ulloa». M. Ruiz Morales. *Boletín de la Real Sociedad Geográfica*. Año 2010.



Sector cenital diseñado y construido por Godin, Jorge Juan y Antonio de Ulloa para medir la amplitud angular del arco de meridiano.

podían ser admitidas: «Debemos pues excluir, las que prudentemente nos parecieron defectuosas». No obstante, añade inmediatamente después que sólo dejarían de tener en cuenta las efectuadas el día 2 de septiembre: «Y así, consideradas como eximidas de la tabla, nos valdremos de todas las demás para concluir la distancia de las tres estrellas al Cenit de Cuenca, sin hacer atención a la aberración, pues ya hemos visto que no tiene semejanza alguna con lo observado».

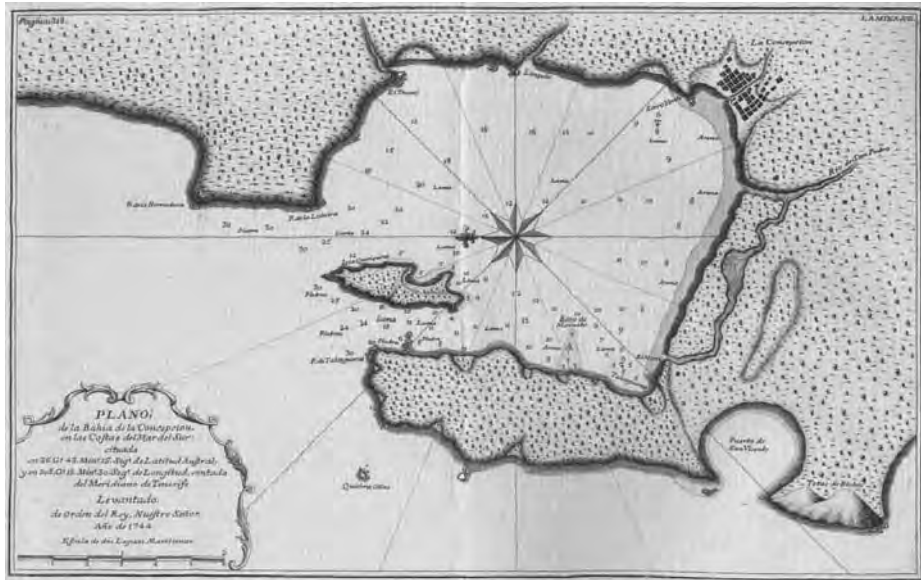
Los valores a los que llegaron los dos geodestas españoles, una vez obtenidos los promedios de los valores observados y las oportunas correcciones por la refracción residual (prácticamente despreciables), son los que figuran en la tabla adjunta:

Distancias cenitales medidas en Cuenca		
<i>Estrellas</i>	<i>Jorge Juan</i>	<i>Antonio de Ulloa</i>
ϵ de Orión	1° 30' 38,4"	1° 30' 37,5"
θ de Antinous	1° 20' 00,9"	1° 20' 00"
α de Acuario	1° 19' 59,3"	1° 19' 58,4"

Las observaciones astronómicas en el otro extremo del arco las efectuó Godin al año siguiente (1741), dejando instalado el sector en el Observatorio de Pueblo Viejo para que, en su momento, pudiesen hacer lo propio los dos marinos, los cuales se habían tenido que ausentar para cumplir las Comisiones de Servicio firmadas por el virrey de Lima. El paréntesis no llegó a cerrarse hasta el año 1744, en que regresaron de Chile (47). Durante su estancia en aquel país, levantaron los planos de varios enclaves, aunque el de la Bahía de Concepción sea uno de los más conocidos. En su cartela figuran las coordenadas geográficas de la misma, calculadas astronómicamente: latitud austral de 36° 43' 15" y longitud de 303° 18' 30" con relación a Tenerife. Dicho plano fue luego actualizado por el piloto y cartógrafo guipuzcoano José Manuel de Moraleda (48), el cual situó la ciudad vieja a 36° 42' 53,5" de latitud sur y a 303° 52' 3" de Tenerife.

(47) El virrey marqués de Villagarcía era un viejo conocido de los dos marinos, pues zarparon en su misma flota para las Américas (Jorge Juan en el mismo barco que él) el 26 de mayo de 1735. La Comisión a Chile la cumplieron al mando de dos fragatas mercantes armadas, aunque no llegaron a divisar al enemigo inglés.

(48) El mapa, de un bello colorido, incorporó una nota de reconocimiento y de crítica diplomática: «Que este plano fue levantado de Orden del Rey en 1744, por los Señores D. Jorge Juan y D. Antonio de Ulloa, como consta del viaje a la América Meridional de dichos Señores; pero sea porque no tuvieron el tiempo necesario para darle toda la exactitud que se requiere, o porque el Terremoto que en 1751 arruinó la antigua ciudad, y temporales sucesivos hayan alterado considerablemente su terreno, y fondos, es cierto que hoy está tan diferente que ha obligado a hacer en él muchas correcciones en 1780, 1781 y 1782 al piloto de la Armada D. José Manuel de Moraleda. Aunque sea sólo a título de curiosidad, indico que esa misma bahía ha sido asolada por otro terremoto (maremoto) en fechas muy recientes (27 de febrero de 2010).



Mapa de la Bahía de Concepción (Chile) realizado por Jorge Juan y Antonio de Ulloa en 1744.

Las estrellas elegidas fueron las mismas que se habían observado en Cuenca, iniciándose la operación el día 2 de abril y finalizándose el 21 de mayo. La metodología observacional, y de cálculo, fue idéntica en los dos observatorios, aunque en este extremo septentrional consideraran un poco más acusados los efectos de la refracción.

Los resultados logrados fueron los siguientes:

Distancias cenitales medidas en Pueblo Viejo		
<i>Estrellas</i>	<i>Jorge Juan</i>	<i>Antonio de Ulloa</i>
ε de Orión	1° 55' 56,4"	1° 55' 56,9"
θ de Antinous	2° 06' 24,2"	2° 06' 24,5"
α de Acuario	2° 05' 49,7"	2° 05' 49,5"

Si Jorge Juan y Antonio de Ulloa hubiesen hallado la amplitud del arco sumando, sin más, las distancias cenitales medidas desde los dos extremos del mismo, habrían llegado a un valor muy aproximado (tal como se aprecia en la figura adjunta), pero no habrían procedido con el rigor debido. El primero de ellos aclara la cuestión al manifestar: «Para deducir la amplitud del arco, comprendido entre los dos Observatorios no fuera necesario ahora más que sumar la distancia de cada Estrella al Cenit de Mira, con su correspondiente al Cenit de Cuenca, si las estrellas en el intervalo de tiempo, en que se hicieron las Observaciones en ambos Observatorios, no hubieran tenido movimiento,



Mapa de la bahía de Concepción (Chile) realizado por Jorge Juan y Antonio de Ulloa, y actualizado por José de Moraleda. Obsérvese que la primera versión era esencialmente planimétrica, con la excepción de las Tetras de Biobío (Vio-vio según Moraleda) en la parte inferior derecha. Las escalas también son diferentes: una de leguas marítimas en el primero y dos en el segundo (millas marítimas y varas castellanas).

que alterase sus declinaciones, como el que continuamente tienen en longitud; pero habiendo éste disminuido la declinación de las Estrellas, es preciso a la suma, que arriba dije, añadirle la mutación en declinación (49), que tuvieron para concluir la amplitud del arco».

Tal variación de la declinación, en el periodo de tiempo transcurrido, se puede obtener en función de la variación correspondiente sufrida por la longitud eclíptica de la estrella. Los valores obtenidos para el caso presente fueron: 11,8" para la estrella ϵ de Orión, 36,4" para la estrella θ de Antinous y 1' 2" para la estrella α de Acuario. La amplitud del arco de meridiano se obtendría, por tanto, sumando a las distancias cenitales, de una misma estrella, la corrección que se acaba de indicar. Los tres valores, así obtenidos, serían pues los siguientes:

(49) La variación de la declinación con el tiempo es debida, principalmente, a la precesión equinoccial, cuya componente básica puede fijarse en alrededor de 53", ángulo que retrocede anualmente la recta equinoccial (intersección del plano de la eclíptica y del ecuador celeste). Ese fenómeno astronómico está indefectiblemente unido al achatamiento polar de la Tierra.

Amplitud angular del arco de meridiano		
<i>Estrella</i>	<i>Jorge Juan</i>	<i>Antonio de Ulloa</i>
ϵ de Orión	3° 26' 46,5"	3° 26' 46"
θ de Antinous	3° 27' 01,5"	3° 27' 00,9"
α de Acuario	3° 26' 50,9"	3° 26' 50,4"
Promedio	3° 26' 53"	3° 26' 52,5"

No obstante, Jorge Juan calculó otras dos posibles correcciones que podrían tenerse en cuenta, por una parte la debida a la aberración de la luz y por la otra la ocasionada por la disminución sufrida por la oblicuidad de la eclíptica en el periodo de tiempo transcurrido entre las observaciones de Godin y las que él mismo hizo junto a Antonio de Ulloa. Al finalizarlos, constató la poca entidad de las posibles correcciones y la imposibilidad práctica de hacerlo con la de la aberración, de cuyo modelo parecían poco convencidos: «... Sólo pues nos altera el cálculo de la Aberración; sobre la cual ocurre decir, que aunque varios Astrónomos la han confirmado por sus Observaciones, no parece que generalmente hablando de todas las Estrellas, está muy asegurado de ella el mismo M. Bradley; y en efecto nuestras Observaciones hechas en Cuenca la hacen dudar mucho». La decisión de Jorge Juan no podía ser otra que optar por la media de los dos valores arriba subrayados, es decir 3° 26' 52,75".

Tamaño y forma de la Tierra

Dividiendo el desarrollo lineal del arco, 195.734,547 toesas, por la amplitud angular del arco expresada en grados, 3.447,9861, resulta la cantidad de 56.767,789 (50). Lo que equivalía a decir que un grado tendría un desarrollo de casi 110.640 km, que la circunferencia terrestre tendría un perímetro próximo a los 39.831 km, y que el radio de la Tierra se podría fijar en unos 6.639,230 kilómetros.

Jorge Juan era plenamente consciente de la exactitud de esta medida geodésica, aunque estuviese convencido de la bondad de la red triangular. Su propia confesión así lo deja entrever: «No se imagine ahora, sin embargo de todas las precauciones que se han notado, que este grado esté concluido a la toesa justa, como algunos Autores quieren mantener los que han dado, pues muy apartado de creer yo esto, digo: que no es muy difícil cometer en las Observaciones Astronómicas el yerro de 6, u 8 segundos; parte por el que precisamente debe proceder de la operación del Observador, y la mayor cantidad de la rectificación del Instrumento; no obstante, tampoco me persuadiré, a que vaya mucho más lejos, vistas las operacio-

(50) Los desarrollos fijados, para el grado, por los geodestas franceses fueron los siguientes: 56.773,0 toesas (Godin), 56.745,7 toesas (Bouguer) y 56.748,9 toesas (La Condamine).

nes, y sutileza, que se ha practicado. También diré, que en la medida geométrica no se puede cometer yerro de momento, asegurados de la base fundamental, porque las demás operaciones son muy justificadas para que le produzcan».

Para pronunciarse sobre la figura de la Tierra, Jorge Juan se basó en los trabajos previos de otros dos geodestas insignes: Maupertuis y Cassini de Thury. La medición del primero, en Laponia, le permitió fijar el desarrollo de un grado en 57.437,9 toesas, para una latitud media de $66^{\circ} 20'$, muy próxima al círculo polar. Cassini III incluyó en su reconocida publicación sobre el meridiano de Francia (51) una tabla con los desarrollos del grado del meridiano a diferentes latitudes: concretamente citaba 11 para una amplitud angular de $6^{\circ} 25'$; aunque Jorge Juan solo mencionase las 57.050 toesas que asignaba a la latitud de $45^{\circ} 45'$. A la vista de tales cantidades, y teniendo en cuenta el valor del grado que se había determinado en las latitudes ecuatoriales, afirmó Jorge Juan: «... tenemos cierto que los grados de Meridiano de la Tierra no son iguales, y que van disminuyendo al paso que se aproximan al Ecuador; y así se sigue esta conclusión. Los grados del Meridiano terrestre no siendo iguales, la Tierra no puede ser perfectamente Esférica; y hallándose menores al paso que están más próximos al Ecuador ha de ser precisamente Lata: esto es, el Diámetro del Ecuador mayor que su Eje».

Elegido el modelo matemático proporcionado por el elipsoide de revolución, procedía concretar su definición mediante los parámetros geométricos



Portada del libro en el que se apoyó Jorge Juan para deducir la forma de la Tierra. Su autor fue Cassini III, auxiliado por Le Monnier para las observaciones de historia natural.

(51) Jorge Juan cita el título abreviado de la misma: «La Méridienne de Paris vérifiée». El título integro es mucho más extenso y se podría traducir así: «Meridiano del Observatorio Real de París, verificado en toda la extensión del Reino por nuevas observaciones; para deducir el verdadero valor de los grados de la Tierra, tanto en longitud como en latitud, & para añadir todas las operaciones geométricas hechas por orden del rey, para levantar un mapa general de Francia» (París, 1744).

<i>Sous le parallele de</i>		<i>grandeur du degré.</i>
D.	M.	toises.
49	56	57084 (page 62)
49	23	57074 (page 50)
49	3	57069
47	58	57071 (page 72)
47	41	57057
46	51	57055
46	35	57049
45	45	57050 (page 86)
45	45	57040
44	53	57042
43	31	57048 (page 95)

Fragmento de la página 112.

correspondientes (52). La cuestión entraña una cierta dificultad, pues la geometría esférica es mucho más complicada que la elipsoidal, y habrá que resolver un mínimo de dos ecuaciones para calcular los dos parámetros que lo definen. Dicho en otros términos, mientras el radio de la esfera se podía determinar con una sola medida de grado, para concretar un cierto modelo elipsoidal eran necesarias dos medidas efectuadas en latitudes diferentes. Jorge Juan cita una fórmula debida a Maupertuis que permitía llegar a la solución del problema hallando la relación entre los semiejes, aunque él se decantara, al final, por otra que deduce a partir del siguiente ejercicio: dados dos grados, o minutos de la periferia de una elipse, hallar la razón de sus diámetros.

Jorge Juan lo solucionó en sus *Observaciones astronómicas y físicas* (pp. 306-312) apoyándose en el estudio geométrico del elipsoide, y más concretamente en el empleo de sus dos radios de curvatura principales. En cada una de las dos regiones elegidas se plantea una ecuación en la que el primer término es el desarrollo del arco de meridiano, y el segundo la expresión general que lo define en función del radio de curvatura del mismo, el cual depende a su vez del semieje ecuatorial del elipsoide, del cuadrado de la primera excentricidad y de la latitud. La referida expresión del arco elíptico, un tanto complicada, es del tipo siguiente:

(52) Al contrario que la esfera, definida por un sólo parámetro (el valor del radio), en el elipsoide se necesitan dos. La elección de esos parámetros es variable: los dos semiejes (polar y ecuatorial), el semieje mayor y el aplastamiento, o bien el semieje mayor y la primera excentricidad. Esta última se define en función de los semiejes anteriores: si a es el mayor (del ecuador), b es el menor y e la excentricidad se cumple que $e^2 = (a^2 - b^2)/a^2$. Si f es el aplastamiento polar: $f = (a - b)/a$, se verifica que $e^2 = 2f - f^2$.

$$S_m = \int_{\phi_1}^{\phi_2} a(1-e^2)(1-e^2 \sin^2 \phi)^{\frac{3}{2}} d\phi = a(1-e^2) \int_{\phi_1}^{\phi_2} (1-e^2 \sin^2 \phi)^{\frac{3}{2}} d\phi$$

Las latitudes extremas del arco de meridiano son ϕ_1 y ϕ_2 . No obstante, la ecuación se puede simplificar, un tanto, expresándola de otra forma y despreciando algunos términos pequeños, como e^4 ; de manera que procediendo así se facilita mucho la resolución del sistema y, por tanto, el cálculo de a y de e^2 .

No obstante, la cuestión se complicaba en la práctica, tal como relata Jorge Juan: «Yo he hecho varias veces esta operación, y siempre la he concluido distinta, valiéndome de distintos grados (53) (...) Por ese motivo quieren algunos, que no sea exacta la suposición hecha, de que la Curva, por cuya revolución se produce la Esferoide de la Tierra, sea una Elipse; y van a buscar otra en la cual convengan todos los grados medidos (...) Pero muy lejos de creer yo que las disparidades, que se hallan en los excesos de los grados procedan de la suposición hecha, de que la Curva sea una Elipse, discurro no nacen más, que del corto yerro, que indispensablemente se debe cometer en las medidas de los grados, como se verá en el Libro siguiente».

El libro a que se refiere Jorge Juan es una verdadera lección de gravimetría, muy probablemente la primera de un español, en la que se enfoca el estudio de la forma de la Tierra bajo el prisma de la física. El parámetro básico de esta rama de la geodesia, o geodesia física, es la intensidad de la gravedad, la cual fue medida durante más de doscientos años con un instrumento tan conocido como el péndulo. Tanto en esta misión geodésica al ecuador como en la de Laponia (54), jugaron un papel determinante las observaciones gravimétricas; fundamentales para el cabal conocimiento del verdadero valor del aplastamiento terrestre.

Así lo entendió Jorge Juan, al señalar que Clairaut (*Theorie de la figure de la Terre tirée des principes de l'Hydrostatique*. Página 141) había demostrado que «la gravedad no se ejerce según la línea tirada al centro de la Tierra, es menester abandonar todas las Hipótesis que hacen esta suposición; con lo cual no nos quedará más, que la de las Atracciones del Sr. Newton, porque la que supone ejercerse la gravedad, siempre perpendicularmente a una misma curva, no se tiene por muy natural». Poco más adelante refiere Jorge Juan otro interesante párrafo de la obra anterior, aquel en el que concreta Clairaut el aplasta-

(53) Procede recordar aquí que la proliferación de mediciones de grado no contribuyó, en sentido estricto, a mejorar las dimensiones calculadas para el elipsoide terrestre. Dos fueron las principales razones: en primer lugar la existencia de las desviaciones de la vertical (ya observadas por Bouguer en las proximidades del Chimborazo), las cuales impiden la coincidencia generalizada entre las coordenadas astronómicas y geodésicas, y por otro lado el propio concepto de superficie terrestre que no se concretó con claridad hasta que Gauss introdujo la noción de superficie equipotencial origen, llamada posteriormente geoides.

(54) Fue precisamente en Laponia, donde el matemático francés A. Clairaut, colaborador de Maupertuis, descubrió que la gravedad variaba con la latitud del lugar; una circunstancia muy relevante que explica la falta de paralelismo de las superficies equipotenciales del campo gravitatorio terrestre.

miento elipsoidal: en el primer supuesto de Tierra homogénea la razón entre los ejes (55) del elipsoide sería 230/231, en caso contrario seguiría siendo elipsoidal, aunque en ese caso la proporción anterior disminuiría. Tras hacer algunos comentarios sobre las medidas del meridiano de París, efectuadas por Cassini III y La Caille, concluye Jorge Juan con la siguiente afirmación: «Según esto, todas las Observaciones convienen en que la Tierra es una Elipsoide Lata, y su razón de Diámetros la de 265 a 266; aunque, en esto último, se podrían admitir algunas cortas alteraciones, según los yerros, que se quisieren suponer en las Observaciones».

Consideraciones finales

La participación de Jorge Juan y de Antonio de Ulloa en la misión geodésica fue decisiva para el buen término de la misma, pues además de su aportación científica innegable ha de considerarse la labor de intermediación que realizaron para que los académicos franceses guardasen al menos las apariencias (56). Así se reconoció entonces (57), y se reconoce ahora, por la comunidad científica internacional; con su trabajo concienzudo, los oficiales recuperaron para España gran parte del prestigio que se había perdido en los últimos tiempos.

(55) La razón entre los ejes es otra manera de referirse al aplastamiento. Recordando su definición, es inmediato que la proporción 230/231 equivale a decir que f vale $1/231$.

(56) Cuando en 1986 se celebró en Ecuador el 250.º aniversario de la llegada de la Misión Geodésica, Didier Bariani (secretario de Estado de Relaciones Exteriores de Francia) afirmó en su discurso que los dos españoles se transformaron sorprendentemente en el mejor lazo entre los miembros de la expedición.

(57) Los dos marinos españoles ingresaron también en la Royal Society de Londres, una vez finalizada la expedición geodésica. El primero en hacerlo fue Antonio de Ulloa en 1746, y tres años después Jorge Juan. En el año 2006 tuve acceso a las fichas en que se recoge la propuesta de ingreso y me ha parecido que sería curioso transcribir el contenido de ambas, una vez traducido. Dice así la primera de ellas: «Don Antonio de Ulloa de Sevilla, en España, recientemente llegado de Perú, donde ha estado varios años haciendo observaciones astronómicas, geográficas y filosóficas, y donde, en unión con los Señores de la Real Academia de Ciencias de París, midió un arco de casi tres grados y medio del meridiano para aclarar la cuestión relativa a la figura de la Tierra: es propuesto por nosotros como candidato para ser elegido por esta Royal Society, un honor que desea si su Majestad lo permite y que nosotros por este medio recomendamos como un Señor de mérito, erudición y conocimiento y, por tanto, muy cualificado para ser un miembro útil para nuestra corporación. Londres, 15 de mayo de 1736». En el documento aparecen los nombres de Stanhope, Martin Folkes, And. Mitchell, W. Folkes y C. Mortimer; además de una nota: votado y elegido el 11 de diciembre de 1746. La de Jorge Juan es un poco más breve y reza así: «Don Jorge Juan de Madrid, ahora residiendo en Londres, un Señor muy versado en Matemáticas y conocimientos filosóficos, uno de aquellos caballeros enviados por el Rey de España a medir un grado de meridiano en el Ecuador, para determinar la figura de la Tierra, siendo su deseo ingresar en la Royal Society, es recomendado por nosotros como merecedor de ese honor, ya que esperamos que sea un miembro útil para nuestra corporación. Londres, 6 de abril de 1749». Los proponentes fueron en este caso los siguientes: Stanhope, M. Kolkes, C. Stanhope, John Ellicot, B. Robins y W. Watson. También se incluye la nota votado y elegido el 9 de noviembre de 1749.



La triangulación geodésica fue el fruto principal de aquella expedición, pues, junto con la realizada en latitudes más septentrionales, contribuyó a resolver, de una vez por todas, la controversia científica que se había desatado entre los newtonianos y los cartesianos. Las dificultades que tuvieron que vencer fueron de todo tipo, aunque ello contribuyó a forjarlos como astrónomos y geodestas consumados; no debe de olvidarse que llegaron a colaborar en la fabricación de algunos de los instrumentos con los que efectuar las observaciones.

Junto a un resultado tangible, como la red triangular, hubo otros no menos importantes, entre los que destacan las nivelaciones y la determinación de las longitudes, siendo entonces cuando se evaluó por primera vez, y con cierto rigor, la separación geográfica entre los dos mundos. Jorge Juan incluyó también en sus *Observaciones físicas y astronómicas* una lección magistral de gravimetría práctica, en la que se apoyó para pronunciarse sobre el aplastamiento polar de la Tierra. También mencionó a ese propósito, aunque fuera de pasada, la lo menos interesante cuestión de la desviación de la vertical.

En el año 1986 se celebró en Ecuador un coloquio para conmemorar el 250.º aniversario de la Misión Geodésica, el discurso inaugural lo pronunció el presidente de la República (58). De él he extraído los siguientes párrafos como homenaje a todos los que hicieron posible la mayor aventura científica de la Ilustración:

«En Quito fue como día de fiesta pública, el de la entrada de los académicos (...) Quito, ciudad hospitalaria, se tuvo por muy honrada con la presencia

(58) El ingeniero León Febres Cordero Ribadeneira.

de tan ilustres huéspedes (...) Aquello fue como un culto de admiración tributado a la ciencia, en la persona de los académicos (59) (...)»

Más adelante, y refiriéndose a la propia expedición aseguraba:

«Tuvo algo de intrepidez cósmica y de un espíritu de investigación y aventura, proyectado hasta su más dilatada transcendencia “Medir la Tierra” (...) El arduo y casi inverosímil trabajo que se abrió paso entre los manglares de la Costa, remontó los ríos, se extendió a través de páramos y pajonales, atalayó inmensos panoramas desde las altas vértebras del espinazo de los Andes, decidió la vieja cuestión. Pero hizo más: como se ha dicho con propiedad, redescubrió América para las interrogaciones de la ciencia».

(59) Esa referencia a la ciudad de Quito fue tomada del historiador ecuatoriano Federico González Suárez.

La REVISTA DE HISTORIA NAVAL es una publicación periódica trimestral del Ministerio de Defensa, publicada por el Instituto de Historia y Cultura Naval, centro radicado en el Cuartel General de la Armada en Madrid, cuyo primer número salió en el mes de julio de 1983. Recoge y difunde principalmente los trabajos promovidos por el Instituto y realizados para él, procediendo a su difusión por círculos concéntricos, que abarcan todo el ámbito de la Armada, de otras armadas extranjeras, de la Universidad y de otras instituciones culturales y científicas, nacionales y extranjeras. Los autores provienen de la misma Armada, de las cátedras de especialidades técnicas y de las ciencias más heterogéneas.

La REVISTA DE HISTORIA NAVAL nació pues de una necesidad que justificaba de algún modo la misión del Instituto. Y con unos objetivos muy claros, ser «el instrumento para, en el seno de la Armada, fomentar la conciencia marítima nacional y el culto a nuestras tradiciones». Por ello, el Instituto tiene el doble carácter de centro de estudios documentales y de investigación histórica y de servicio de difusión cultural.

El Instituto pretende cuidar con el mayor empeño la difusión de nuestra historia militar, especialmente la naval —marítima si se quiere dar mayor amplitud al término—, en los aspectos que convenga para el mejor conocimiento de la Armada y de cuantas disciplinas teóricas y prácticas conforman el arte militar.

Consecuentemente la REVISTA acoge no solamente a todo el personal de la Armada española, militar y civil, sino también al de las otras Marinas, mercante, pesquera y deportiva. Asimismo recoge trabajos de estudiosos militares y civiles, nacionales y extranjeros.

Con este propósito se invita a colaborar a cuantos escritores, españoles y extranjeros, civiles y militares, gusten, por profesión o afición, tratar sobre temas de historia militar, en la seguridad de que serán muy gustosamente recibidos siempre que reúnan unos requisitos mínimos de corrección literaria, erudición y originalidad fundamentados en reconocidas fuentes documentales o bibliográficas.

A PROPÓSITO DE LAS COLABORACIONES

Con objeto de facilitar la labor de la Redacción, se ruega a nuestros colaboradores que se ajusten a las siguientes líneas de orientación en la presentación de sus artículos:

El envío de los trabajos se hará a la Redacción de la REVISTA DE HISTORIA NAVAL, Juan de Mena, 1, 1.º 28071 Madrid, España.

Los autores entregarán el original y una copia de sus trabajos para facilitar la revisión. Con objeto de evitar demoras en la devolución, no se enviarán pruebas de corrección de erratas. Estas serán efectuadas por el Consejo de Redacción o por correctores profesionales. El Consejo de Redacción introducirá las modificaciones que sean necesarias para mantener los criterios de uniformidad y calidad que requiere la REVISTA, informando de ello a los autores. **No se mantendrá correspondencia acerca de las colaboraciones no solicitadas.**

A la entrega de los originales se adjuntará una hoja donde figure el título del mismo, un breve resumen, el nombre del autor o autores, la dirección postal y un teléfono de contacto; así como la titulación académica y el nombre de la institución o empresa a que pertenece. Además un resumen curricular que no exceda de diez líneas, donde podrá hacer constar más titulaciones, publicaciones editadas, premios y otros méritos.

Los originales habrán de ser **inéditos** y referidos a los contenidos propios de esta REVISTA, y sin maquetar. Su extensión no deberá sobrepasar las 25 hojas escritas por una sola cara, con el mismo número de líneas y convenientemente paginadas. Se presentarán mecanografiados a dos espacios en hojas DIN-A4, dejando margen suficiente para las correcciones. Podrán enviarse por correo ordinario o en CD-ROM o DVD, o por correo electrónico ihcn@fn.mde.es, con tratamiento de texto Microsoft Word Windows, u otros afines, para facilitar la maquetación.

Las ilustraciones que se incluyan deberán enviarse en archivo aparte y de la mejor calidad posible, estar en formato JPG ó TIFF, y con resolución de 300 p.p.p., como mínimo. Los mapas, gráficos, etc., se presentarán preferentemente en papel vegetal o fotográfico, convenientemente rotulados y no se admitirán fotocopias. Todas irán numeradas y llevarán su correspondiente pie, así como su procedencia. Será responsabilidad del autor obtener los permisos de los propietarios, cuando sea necesario. Se indicará asimismo el lugar aproximado de colocación de cada una. Todas las ilustraciones pasarán a formar parte del archivo de la REVISTA.

Advertencias

- Evítese el empleo de abreviaturas, cuando sea posible. Las siglas y los acrónimos, siempre con mayúsculas, deberán escribirse en claro la primera vez que se empleen. Las siglas muy conocidas se escribirán sin puntos y en su traducción española (ONU, CIR, ATIS, EE.UU., Marina de los EE.UU., etc.). Algunos nombres convertidos por el uso en palabras comunes se escribirán en redonda (Banesto, Astano, etc.).
- Se aconseja el empleo de minúsculas para los empleos, cargos, títulos (capitán, gobernador, conde) y con la inicial mayúscula para los organismos relevantes.
- Se subrayarán (**letra cursiva**) los nombres de buques, libros, revistas y palabras y expresiones en idiomas diferentes del español.
- Las notas de pie de página se reservarán exclusivamente para datos y referencias relacionados directamente con el texto, cuidando de **no mezclarlas** con la bibliografía. Se redactarán de forma sintética.
- Las citas de libros y revistas se harán así:
 - APELLIDOS, nombre: *Título del libro*. Editorial, sede de ésta, año, número de las páginas a que se refiere la cita.
 - APELLIDOS, nombre: «Título del artículo» el *Nombre de la revista*, número de serie, sede y año en números romanos. Número del volumen de la revista, en números arábigos, número de la revista, números de las páginas a que se refiere la nota.
- La lista bibliográfica deberá presentarse en orden alfabético; en caso de citar varias obras del mismo autor, se seguirá el orden cronológico de aparición, sustituyendo para la segunda y siguientes el nombre del autor por una raya. Cuando la obra sea anónima, se alfabeticará por la primera palabra del título que no sea artículo. Como es habitual, se darán en listas independientes las obras impresas y las manuscritas.
- Las citas documentales se harán en el orden siguiente:
 - Archivo, biblioteca o Institución.
 - Sección o fondo.
 - Signatura.
 - Tipología documental.
 - Lugar y fecha.



Suplemento núm. 15 a la REVISTA DE HISTORIA NAVAL núm. 113 de 2011

